J. H. Uflakkers

# Exempel-Buch

für

Anfänger und Liebhaber

der

# Algebra.

Sechste,

verbesserte und mit mehreren neuen Aufgaben vermehrte Auflage

Herausgegeben

von

Dr. J. Hilzheimer.

Braunschweig,

in der Schulbuchhandlung.

1829.

# Vorrede zur vierten Auflage.

Im Jahre 1793 erschien die erste Ausgabe dieser Sammlung und 1799 die zweite. Ihr folgte 1804 die dritte, nach dem Tode ihres ersten Herausgebers, des Pastor Uflakker zu Ohrum im Hildesheimischen, die ich, so wie diese vierte, nach dem Verlangen der Verlagshandlung, besorgt habe.

Der Nutzen, den ich mir von einer solchen Sammlung für den Schüler, und die Bequemlichkeit, die ich mir von ihr für den Lehrer versprach, veranlaßte zum Theil die Erscheinung dieses Werkchens, wozu ich den ersten Herausgeber aufmunterte. Was ich davon hoffte, fand sich durch meine und durch anderer Lehrer Erfahrung bestätigt. Dies bestimmte mich, mich dieses durch den Tod des ersten Herausgebers verwaiseten Werkes anzunehmen.

Im Jahr 1801 gab ich im Verlage der Reichardschen Buchhandlung heraus:

Allgemeine und besondere Auflösungen der in Uflakkers algebraischem Exempelbuche vorkommenden Aufgaben,

nach der zweiten Ausgabe. In der Vorrede zu meinen Auflösungen habe ich die Gründe angeführt, warum ich die Uflakkerschen Aufgaben nicht mit abdrucken ließ, sondern nur die Nummer anführte, auf die sich die Auflösung bezog.

Die dritte von mir besorgte Ausgabe dieses algebraischen Exempelbuchs erhielt einen Zuwachs von beinahe 100 unbestimmten Aufgaben, meistentheils von Formen, zu welchen sich in den beiden ersten Ausgaben gar kein Beispiel fand. Diese Aufgaben nahm ich größtentheils aus meinen im Jahre 1803 bei Reichard herausgegebenen

Anfangsgründen der unbestimmten Analytik zu Vorlesungen und für diejenigen, die sich selbst unterrichten wollen,

worin man auch die Auflösungen dieser dem algebraischen Exempelbuche hinzugefügten Aufgaben vorfindet. Dadurch ist diese Beispielsammlung mit meinen beiden so eben angeführten Werken in eine sehr nützliche Verbindung gebracht, deren fleißiges Studium dem Schüler der Mathematik manche Erleichterung verschaffen wird. Dies ist auch der Grund, warum ich ein Verzeichniß der Verbesserungen für jene beiden Werke dieser Ausgabe beigefügt habe.

Schon bei der dritten Ausgabe nahm ich in der Folge der Aufgaben eine Veränderung vor. Die durch eine bestimmte Gleichung aufzulösenden Aufgaben ließ ich darin so auf einander folgen, wie sie zu minder oder mehr verwickelten Gleichungen führen. So machen also die Aufgaben zu den Formen

$$x \mp a = S;\ ax = P;\ \tfrac{x}{a} \text{ oder } \tfrac{a}{x} = Q$$

den Anfang, und leiten zu den zusammengesetzteren hin. Auch in den andern Abschnitten habe ich Alles besser zu ordnen gesucht, wie solches deutlicher aus den Ueberschriften der Abtheilungen zu ersehen ist.

Diese vierte Ausgabe ist abermals mit 200 Aufgaben vermehrt worden. Sie bestehen theils aus allgemeinen Aufgaben, dergleichen in den erstern Ausgaben gar nicht vorhanden waren, theils aus solchen, zu deren bequemern Auflösung man sich der Logarithmen bedienen muß, die, wie ich hoffe, dem Lehrer und dem Schüler gleich willkommen seyn werden.

Die Aufgaben sind größtentheils mit zwei Nummern bezeichnet, von welchen die an der ersten Zeile der Aufgabe stehende auf eins meiner beiden oben angeführten Werke hinweiset, wo sich die Auflösungen befinden. Einigen dieser Nummern ist § beigesetzt, die sich auf den § meiner unbestimmten Analytik beziehen. Andere, denen das Zeichen § nicht beigesetzt ist, beziehen sich auf meine Auflösung der Aufgaben des Uflakkerschen Exempelbuchs. Von den mit keiner zweiten Nummer versehenen Aufgaben giebt es in keinem jener beiden Werke eine Auflösung.

Die Verlagshandlung hat für einen deutlichern und schönern Druck gesorgt, als in irgend einer der ältern Ausgaben.

Braunschweig, im April 1810.

Hellwig.

## Vorrede zur fünften Auflage.

Diese Auflage ist abermals mit verschiedenen, besonders mit mehreren allgemeinen Aufgaben vermehrt worden. Diese Vermehrung kann, nach der Natur dieses

Werks, ins Unendliche gehen, gewisse Grenzen überschreiten, zweckwidrig werden, und das Gemeinnützige durch den, manchem Schüler zu hohen, Preis verlieren. Die Verbesserung bei einer neuern Ausgabe hängt daher vorzüglich von der veränderten innern Einrichtung ab.

Ob bei dieser Ausgabe hierin etwas Wünschenswerthes geleistet worden, muß der Herausgeber dem Urtheile derjenigen Lehrer überlassen, die sich derselben bei ihren Schülern bedienen werden.

Braunschweig, im Mai 1816.

Hellwig.

## Vorrede zur sechsten Auflage.

Der Herausgeber dieser neuen Auflage hat dieselbe ebenfalls mit mehreren interessanten Aufgaben vermehrt. Diesen Zuwachs hat der XVIte Abschnitt erhalten, welcher die vermischten Aufgaben enthält. Die Auflösungen der drei ersten findet man in der zweiten Auflage der Auflösungen der Uflakkerschen Aufgaben. In der bald erscheinenden dritten Auflage wird man auch die übrigen aufgelös't finden. Die Verlagshandlung hat den Preis dieses beliebten Uebungsbuches, der Vermehrung ungeachtet, nicht erhöhet, und rechnet daher auch für diese Auflage auf eben den Beifall, welchen das Publikum allen früheren geschenkt hat.

Braunschweig, im Mai 1829.

# Inhalt.

# Bestimmte Aufgaben.

## I.

Es sollen unbekannte Größen einer bestimmten Aufgabe vom ersten Grade gefunden werden, wenn die Aufgabe zu ihrer Auflösung wenigstens eine bestimmte Gleichung liefert. (Von Nr. 1 bis Nr. 144.)

1.

A wurde den 1. Jan. 1796 befragt, wie alt er sey. Mit dem Anfange des 19ten Jahrhunderts, erwiederte er, habe ich ein halbes Jahrhundert erlebt. Wie alt war A? Antwort: 45 Jahr.

2.

A meinte, sein Freund B sey 50 Jahr alt. Dieser erwiederte ihm: er sey nicht so alt, weil er schon in einer schweren Krankheit, die er vor 7 Jahren gehabt hätte, als ein 50jähriger verstorben seyn würde, wenn er nicht wider alles Vermuthen genesen sey. Wie alt war A? Antw.: 57 Jahr.

3.

Wie groß ist Dein Vermögen? wurde A von B befragt. A antwortete: wenn Du von Deinem Vermögen, das, wie ich höre, in 5000 Rthlr. bestehen soll, so viel ausgiebst, als mein Vermögen beträgt, so wirst Du doch noch im Stande seyn, das Haus zu kaufen, das Dir gestern zu 2000 Rthlr. angeboten wurde. Wie groß war des A Vermögen? Antw.: 3000 Rthlr.

4.

Zwei Freunde, A und B, wollten noch spät in einem Wirthshause einkehren; deswegen erbot sich A zum dreifachen, und B zum fünffachen Schlafgelde. Der Wirth empfing nun 24 Gr. von beiden. Wie viel war also das festgesetzte Schlafgeld, und was zahlte Jeder? Antw.: Das Schlafgeld war 3 Gr., wozu A 9 Gr. und B 15 Gr. zahlte.

5.

Eine Erbschaft von 150 Rthlr. soll unter zwei Personen so getheilt werden, das die eine 9 Rthlr. bekommt, so oft die andre 1 Rthlr. erhält. Was empfängt jede? Antw.: die eine 135 Rthlr., die andre 15 Rthlr.

6.

Drei Personen sahen auf einem Tische Geld aufgezählt. A sagte: ich habe dreimal so viel. B versicherte, viermal soviel zu haben als A; C sagte: ich habe fünfmal soviel als B; zusammen hatten sie 600 Rthlr. Wie viel Geld lag auf dem Tische, und wie viel hatte jede der drei Personen? Antw.: Auf dem Tische lagen 8 Rthlr. A hatte 24, B 96 und C 480 Rthlr.

7.

Hätte ich zweimal und fünfmal so viel Geld, als ich habe, so machte dies mit meinem Gelde, das ich wirklich habe, 100 Rthlr. Wie groß ist mein Vermögen? Antw.: 12 Rthlr. 18 Gr.

8.

Ihrer viere machen 165 Dukaten Beute: so daß B zweimal so viel als A, C dreimal so viel als B, und D viermal so viermal als C erlangt. Wie viel hat Jeder bekommen? Antw.: A 5; B 10; C 30 und D 120 Dukaten.

9.

Vier und zwanzig Rthlr. sollen unter drei Personen A, B und C vertheilt werden, so daß A 2 Rthlr. bekommt, wenn B 3 und C 4 Rthlr. empfängt. Wie viel wird Jeder bekommen? Antw.: A $5\frac{1}{3}$ B 8 und C $10\frac{2}{3}$ Rthlr.

9. a.

A, B und C sollen sich in S nach dem Verhältniß m, n und p theilen, wie viel bekommt Jeder? Antwort: Es bekommt

A. $mS : (m + n + p)$

B. $nS : (m + n + p)$

C. $pS : (m + n + p)$

10.

Unter A, B und C sollen 864 Morgen Landes so vertheilt werden, daß B 11 Morgen bekomme, wenn A deren 5 Morgen bekommt. C soll aber eben so viel erhalten, wie A und B. Wie viel bekam Jeder? Antw.: A erhielt 135, B 297 und C 432 Morgen.

1*

Anmerk. Setzt man m + n statt p in die allgemeine Formel der Nr. 9. a., so erhält man eine allgemeine Formel, nach der diese Aufgabe aufgelöset werden kann, und es erhält

A. m S: 2 (m + n)
B. n S: 2 (m + n)
C. (m + n) S: 2 (m + n).

11.

In einer Gesellschaft befinden sich noch einmal so viel Offiziere als Studenten und fünfmal so viel Kaufleute als Studenten, die ganze Gesellschaft bestand aus 80 Personen. Wie viel von jedem Stande befinden sich darunter? Antw.: 10 Studenten, 20 Offiziere und 50 Kaufleute.

12.

Ein Kaufmann steckt eine gewisse Summe in den Handel, und gewinnt jedes Jahr so viel, als er anfangs angelegt hat. Nach 9 Jahren besteht sein Capital aus 2000 Rthlr. Wie viel hat er anfangs angelegt. Antw.: 200 Rthlr.

13.

Zwei Bothen, A und B, die 360 Meilen von einander sind, gehen zu gleicher Zeit ab, und gegen einander; A jeden Tag 5, B 3 Meilen. An welchem Tage werden sie sich begegnen, und wie viele Meilen ist jeder Bothe gegangen? Antw.: Sie begegnen sich in 45 Tagen, nachdem A 225, und B 135 Meilen gegangen ist.

14.

Wenn zwei Bothen, A und B, 368 Meilen aus einander sind, und A täglich 5, B 3 Meilen geht, auf welcher Meile begegnen sie sich dann? Antw.: auf der 225sten Meile von dem Orte aus, von dem A ausging.

15.

Ein Herr vermacht seinen Bedienten 2000 Rthlr., worin sie sich nach Verhältniß ihres Lohnes theilen sollen. Nun hat der Verwalter jährlich 50 Rthlr., der Kammerdiener 40 Rthlr., der Koch 35 Rthlr. und jeder der 5 Diener 20 Rthlr. Wie viel wird ein Jeder von den 2000 Rthlr. bekommen? Antw.: jeder Diener 177 Rthlr. 28 Gr., der Koch 311 Thlr. 4 Gr., der Kammerdiener 355 Rthlr. 20 Gr., der Verwalter 444 Rthlr. 16 Gr.

16.

Man verleihet zu gleicher Zeit zwei Capitale, eins von 500 Rthlr. zu 4 pC., das andere von 600 Rthlr. zu 5 pC. In wie viel Jahren werden beide Capitale zusammen 125 Rthlr. Zinsen gebracht haben? Antw.: in $2\frac{1}{2}$ Jahren.

17.

Man verleihet zwei Capitale zu gleicher Zeit, das eine C von 600 Rthlr. zu 3 pC., das andere K von 700 Rthlr. Beide stehn 4 Jahre lang, und bringen in dieser Zeit 128 Rthlr. Zinsen, mit wie viel pC. war das Capital K verzinset? Antw.: mit 2 pC.

18.

Man verleihet ein Capital C von 300 Rthlr. zu 6 pC., ein anderes K zu gleicher Zeit zu 3 pC. Es werden die 5 Jahre lang rückständigen Interessen mit 165 Rthlr. bezahlt, wie stark war das Capital K? Antw.: 500 Rthlr.

18. a.

Die Capitalien C und K wurden zu gleicher Zeit zinsbar belegt, C zu p und K zu q pC. Beide Capitalien stehn n Jahre, und bringen in dieser Zeit z Zinsen. Wie hoch hat das Capital K gestanden, oder wie groß ist q?

Antwort:

$$\text{Es ist } q = ((100\ z : n) - p\ C) : K. \text{ Nr. } 17.$$

Hieraus folgt:

$$K = ((100\ z : n) - p\ C) : q. \text{ Nr. } 18.$$

$$n = 100\ z : (q\ K + p\ C). \text{ Nr. } 16.$$

In diesen allgemeinen Formeln stecken die besondern in Nr. 16, 17, 18.

19.

Es will jemand eine Schuldforderung von 25 Rthlr. mit 30 Himten Rocken und mit 15 Himten Hafer bezahlen, und rechnet 2 Himten Hafer so theuer, wie 1 Hmt. Rocken. Wie hoch hat er jeden Himten gerechnet? Antw.: den Rocken 24, den Hafer 12 Gr.

20.

Alexander sprach zu seinen Generalen: ich bin zwei Jahre älter als Hephästion; Clytus sagte: ich bin vier Jahre älter als Ihr beide zusammen; Callisthenes setzte hinzu: mein Vater war 96 Jahr alt, und so alt wie alle drei. Wie alt war nun Jeder? Antw.: Alexander 24 Jahr, Hephästion 22 und Clytus 50 Jahr.

21.

Ein Vater hinterließ 3 Söhne mit 1600 Rthlr. Nach seinem Testamente sollte der älteste Sohn 200 Rthlr. mehr haben als der zweite, der zweite 100 Rthlr. mehr als der dritte. Wie viel bekommt nun ein Jeder? Antw.: der erste 700, der zweite 500 und der dritte 400 Rthlr.

22.

Es hat Jemand sechs Jahre in Besoldung gestanden. Davon gab er in den drei ersten Jahren 300 Rthlr. jährlich aus, mit jedem folgenden Jahre aber immer 100 Rthlr.

mehr. Dadurch ersparte er sich 2600 Rthlr. Wie stark war seine jährliche Besoldung? Antw.: 833⅓ Rthlr.

23.

Ein Vater hinterläßt seinen 4 Söhnen A, B, C und D 8600 Rthlr. Nach seinem Testamente soll A zweimal so viel bekommen als B, weniger 100 Rthlr.; B dreimal so viel als C, weniger 200 Rthlr.; C viermal so viel als D, weniger 300 Rthlr. Wie viel bekommt ein Jeder? Antw.: A 4900, B 2500, C 900 und D 300 Rthlr.

24.

*Ein Bettler hat einige Gutegroschen, er bettelt eben so viel dazu, und kauft für 4 Ggr. Brot. Des andern Tags erbettelt er wieder so viel, als er noch hatte, und kauft nun für 8 Ggr. Fleisch. Am dritten Tage erbettelt er nochmals so viel, als sein Rest war, und trinkt für 8 Ggr. Wein, womit sein Geld ausgegeben war.* Wie viel hatte er anfangs? Antw.: 5 Ggr.

25.

Ich habe so viel Rthlr., daß, wenn ich sie mit 10 multiplicire, oder 10 dazu addire, einerlei Summe herauskommt. Wie viel Rthlr. sind es? Antw.: 1 1/9 Rthlr.

26.

Was mag das für eine Zahl seyn, welche eben dieselbe Größe giebt, man mag sie durch 19 multipliciren, oder 6 hinzu thun? Antw.: 1/3.

26. a.

Welche Zahl ist es, die, wenn man sie mit m multiplicirt, oder a dazu addirt, das Produkt der Summe gleich macht? Antw.: die Zahl ist $x = a : (m - 1)$. Nach dieser allgemeinen Formel läßt sich die besondere in Nr. 26.

auflösen. Setzt man in ihr $a = m$ so ist $x = m : (m - 1)$, welche Formel dann die Auflösung der besondern Aufgabe in Nr. 25. giebt.

27.

Es hat jemand ein Capital, womit er jährlich so viel erwirbt, daß er allezeit am Schlusse des Jahrs zweimal so viel hat, als er im Anfange hatte. Er giebt aber mit dem Schlusse des ersten Jahrs 800 Rthlr. aus, mit dem Schlusse des zweiten 1600 Rthlr. und mit dem Schlusse des dritten 2400 Rthlr. Nun hat er Alles aufgezehrt. Wie groß ist sein Capital anfangs gewesen? Antw.: 1100 Rthlr.

28.

Ein Kaufmann erhält verschiedene Sorten Tücher, nämlich 10 Stück schwarzes, 13 Stück braunes, 18 Stück grünes, und 20 Stück rothes Tuch; giebt für ein Stück braunes 1 Rthlr. mehr als für ein Stück schwarzes; für ein Stück grünes 5 Rthlr. mehr als für ein Stück braunes; für ein Stück rothes 5 Rthlr. mehr als für ein Stück grünes, und bezahlt für alles 1500 Rthlr. Wie viel hat er für jede Sorte gegeben? Antw.: fürs schwarze 190, fürs braune 260, fürs grüne 450, fürs rothe 600 Rthlr.

29.

Ein Mann hat sechs Söhne, von denen 5 jeder vier Jahre älter ist, als sein nächstfolgender Bruder, und der älteste ist dreimal so alt, als der jüngste. Wie alt war der jüngste? Antw.: 10 Jahre.

30.

Ich bin jetzt 46, einer meiner Söhne ist 11, der andre 9 Jahr alt. Wann werden beide zusammen so alt seyn, wie ich? Antwort: in 26 Jahren.

31.

Ich bin jetzt 46 Jahr alt, mein Sohn 23. In wie viel Jahren werde ich noch einmal so alt seyn, als mein Sohn? Antw.: Dieser Zeitpunkt ist jetzt da.

32.

Ich bin 50 Jahr alt, mein Sohn 26, wann wird mein Sohn halb so alt seyn, als ich? Antw.: Das war vor zwei Jahren der Fall.

33.

Ich bin jetzt 46 Jahr alt, mein Sohn 11 Jahr. In wie vielen Jahren wird mein Sohn halb so alt seyn, wie ich? Antw.: in 24 Jahren.

33. a.

Der Vater ist V Jahr alt, der Sohn S Jahr, wie viel Jahre (a) muß jeder noch verleben, wenn der Vater mmal so alt seyn soll als dann der Sohn? Antw.: Es ist $a = (V - m\,S) : (m - 1)$. In dieser Formel finden sich die Auflösungen

für 31 wenn $V = m\,S$
" 32 " $V < m\,S$
" 33 " $V > m\,S$

Auch folgt noch aus jener Formel

$$V = m\,S + (m-1)\,a$$
$$m = (V + a) : (S + a)$$
$$S = (V + a - a\,m) : m,$$

nach welchen Formeln sich noch andere besondere Aufgaben machen und auflösen lassen.

34.

Eine Griechinn ging in den Tempel des Jupiter und bat, er möchte das Geld, welches sie bei sich trüge, verdoppeln. Er that es, und sie opferte zur Dankbarkeit 2 fl. Mit dem Ueberreste ging sie in den Tempel des Apollo, und bat, und erhielt ein Gleiches, weshalb sie wieder 2 fl. opferte. Nun zählte sie ihr Geld, und hatte gerade doppelt so viel als anfangs. Wie viel hatte sie anfangs bei sich? Antw.: 3 fl.

35.

Durch diesen glücklichen Versuch aufgemuntert, wiederholte die Griechinn ihren Besuch mit 4 fl. bei diesen Göttern, bat aber um die 3fache Vermehrung dieses bei sich tragenden Geldes. Auch diese ihre Bitte ward erhört, und sie nahm 12 fl. mit sich nach Hause. Doch war die Griechinn auch wahrscheinlich dankbarer als zuvor. Wie viel fl. mag sie also wohl jeder Gottheit geopfert haben? Antw.: 6 fl.

36.

Ein Bothe, der täglich 7 Meilen geht, wird nach 8 Tagen einem andern Bothen, der täglich 5 Meilen geht, nachgeschickt. An welchem Tage holt der zweite den ersten ein? Antw.: in 20 Tagen.

37.

Ein Bothe geht täglich 7 Meilen, und wird nach 8 Tagen einem andern Bothen, der täglich 5 Meilen geht, nachgeschickt. Auf welcher Meile wird er den ersten einholen? Antw.: auf der 140sten Meile.

38.

Ein Mann schreibt täglich 5 Bogen. Nachdem er schon 10 Tage gearbeitet hat, fängt ein Anderer, der täglich 7 Bogen schreibt, zu arbeiten an. Wie viel Bogen hat ein Jeder geschrieben, wenn Beider Arbeit gleich ist? Antw.: 175 Bogen.

39.

Ein Mann verleihet ein Capital von 500 Rthlr. zu 4 pC. Nach $3\frac{1}{2}$ Jahren verleihet er ein anderes Capital von 480 Rthlr. zu 5 pC. Wie lange muß jedes Capital stehn, wenn sie gleich viel Interressen bringen sollen? Antwort: das erste Capital muß 21, das andere $17\frac{1}{2}$ Jahr stehen.

39. a.

Das Capital C wird zu p pC. Zinsen belegt, das Capital K, r Jahr später, zu q pC. Wie lange müssen die Capitalien stehn, damit man von ihnen gleiche Zinsen erhalte? Antw.: das erste n, das andere $n - r = z$ Jahr und es ist

1. $n = q\ r\ K : (q\ K - p\ C)$
2. $z = p\ r\ C : (q\ K - p\ C)$ Hieraus folgt
3. $p = (n - r)\ q\ K : n\ C$
4. $q = p\ n\ C : (n - r)\ K$
5. $C = (n - r)\ q\ K : p\ n$
6. $K = p\ n\ C : (n - r)\ q.$

Aus diesen vier letztern Formeln lassen sich noch andere Aufgaben und deren Auflösung herleiten.

40.

Ein Kaufmann will ein Stück Tuch zu 36 Ellen für 120 Rthlr. verkaufen. Der Käufer dinget vom Ganzen so viel ab, wie er hernach für 4 Ellen wirklich bezahlt. Wie viel giebt er nun für das Stück? Antw.: 108 Rthlr.

41.

Es dinget Jemand einen Arbeiter auf 84 Tage, und verspricht ihm die Kost, und täglich, wenn er arbeitet, 9 Gr.; arbeitet er aber nicht, so soll ihm der Arbeiter täglich

3 Gr. für die Kost bezahlen. Nach Ablauf der Zeit findet sich, daß Keiner dem Andern etwas schuldig ist. Wie viel Tage hat er gearbeitet? Antw.: 21 Tage.

41. a.

A miethet einen Arbeiter auf T Tage, der für einen Arbeitstag c Gr. und Kost erhält. Für einen Feiertag aber muß b Gr. an A für die Kost vergüten. Nach der Berechnung giebt Keiner dem Andern etwas heraus. Wie viel Tage hat er gearbeitet? Wenn d die Anzahl der Arbeitstage, so ist

1. $d = T\,b : (c + b)$. Daraus folgt
2. $T = (b + c)\,d : b$
3. $b = c\,d : (T - d)$
4. $c = ((T - d)\,b) : d$,

welche Formeln noch zu andern Aufgaben und deren Auflösung führen.

42.

In einer zahlreichen Gesellschaft waren dreimal so viel Männer als Frauen; und da vier Männer mit ihren Frauen weggingen, blieben noch viermal so viel Männer als Frauen. Wie stark war die Gesellschaft? Antw.: Es waren 36 Männer und 12 Frauen.

42. a.

In einer Gesellschaft verhielt sich M, die Zahl der Männer, zu F, der Zahl der Frauen, wie a zu b. Nachdem g Männer und c Frauen abgegangen waren, verhielt sich die Zahl der zurückgebliebenen Männer zu der Zahl der zurückgebliebenen Frauen, wie d zu e. Wie groß war M und wie groß war F? Antwort: Es war

$$M = (c\,d - e\,g)\,a : (b\,d - a\,e)$$
$$F = (c\,d - e\,g)\,b : (b\,d - a\,e).$$

43.

Zwanzig Personen, Männer und Frauen, verzehren 6 Rthlr., ein Mann 8 Sgr., eine Frau 7 Sgr. Wie viel Männer und Frauen waren es? Antw.: 4 Männer und 16 Frauen.

44.

Zwanzig Personen, Meister und Gesellen, haben 2 Rthlr. 18 Gr. verzehrt. Der Wirth sagt: Wenn jeder Meister 6 Gr. und jeder Geselle 4 Gr. dazu giebt, so ist die Zeche bezahlt. Wie viel Meister und Gesellen waren es? Antwort: 5 Meister und 15 Gesellen.

45.

In einer Stadt liegen Reiter und Infanteristen, zusammen 300 Mann. Ein Infanterist bekommt monatlich 5 Rthlr., ein Reiter 8 Rthlr., und der ganze Sold beträgt monatlich 1800 Rthlr. Wie viel Reiter und wie viel Infanteristen waren in der Stadt? Antw.: 100 Reiter und 200 Infanteristen.

46.

Ein Vater hinterläßt seinen 11 Kindern 3600 Rthlr., und verordnet, daß jede Tochter 360 Rthlr. und jeder Sohn 300 Rthlr. erhalten solle. Bei der Theilung ging das Vermögen gerade auf. Wie viel Söhne und wie viel Töchter waren da? Antw.: 5 Töchter und 6 Söhne.

46. a.

P Personen, darunter m Männer f Frauen, verzehren T Rthlr.; jeder Mann a, jede Frau b Rthlr. Wie viel Männer und Frauen waren darunter? Antw.: Es ist

1. $m = (T - b\,P) : (a - b)$
2. $f = (a\,P - T) : (a - b)$.

Anmerk. Unter dieser allgemeinen Aufgabe sind die besondern unter Nr. 43, 44, 45, 46 enthalten.

47.

In einer Stadt liegen 200 Mann Infanteristen, von welchen jeder 5 Rthlr. monatliche Löhnung erhält. Die monatliche Löhnung eines in der nämlichen Stadt liegenden Cavalleristen ist 8 Rthlr., und die ganze monatliche Löhnung beider Trupps 3600. Wie stark ist die ganze Besatzung an Infanterie und Cavallerie? Antw.: 525 Mann.

47. a.

Sucht man aus der Gleichung 1. in Nr. 46. a.

$$P = (T - (a - b)\,m) : b$$

so ist unter dieser Formel die Aufgabe in Nr. 47. begriffen.

48.

Ein Bedienter soll jährlich 30 Rthlr. Lohn erhalten und ein Kleid. Wenn ihm nun der Herr nach vier Monaten seinen Abschied giebt, und das Kleid zum Lohne, wie theuer hat er das Kleid gerechnet? Antw.: 15 Rthlr.

49.

Ein Bedienter erhält jährlich außer dem Lohne noch ein Kleid, an Werth 20 Rthlr. Nach drei Monaten entläßt ihn der Herr seines Dienstes, und giebt ihm, statt des schuldigen Lohnes, das Kleid. Wie stark war sein jährlicher Lohn? Antw.: 60 Rthlr.

50.

Ein Bedienter erhält jährlich 90 Rthlr. Lohn und ein ein Kleid, an Werth 30 Rthlr. Noch vor Ablauf des Jahrs verabschiedet der Herr den Bedienten, und überläßt ihm das Kleid, statt des Lohns, für seine verflossene Dienstzeit. Wie viel Monate hat er gedient? Antw.: 3 Monate.

51.

Drei Personen, A, B, C, haben Schafe. B hat dreimal so viel als A, und C nur $\frac{1}{4}$mal so viel als B, zusammen sinds 19. Wie viel hat A gehabt? Antw.: 4 Stück.

52.

Ein Capital ist zu 5 pC. verliehen. Nach fünf Jahren erhält man 2000 Rthlr., welche das Capital mit den fünfjährigen Zinsen sind. Wie groß war das Capital? Antw.: 1600 Rthlr.

53.

Man sucht ein Capital, welches, wenn es zu 4 pC. belegt wird, in zwanzig Jahren mit den 20jährigen Zinsen 500 Rthlr. ausmacht. Wie groß muß dies Capital seyn? Antw.: 277 Rthlr. 28 Gr.

53. a.

Wie groß würde ein Capital von 270 Rthlr. mit den in 20 Jahren hinzugekommenen einfachen Zinsen zu $3\frac{1}{2}$ pC. werden? Antw.: 459 Rthlr.

54.

Ein Capital von 600 Rthlr. wird mit den einfachen Zinsen zu 3 pC. zu 726 Rthlr., wie lange hat es gestanden? Antw.: 7 Jahr.

55.

Ein Capital von 500 Rthlr. wird mit den 9jährigen Zinsen zu $747\frac{1}{2}$, wie hoch war das Capital verzinset? Antw.: zu $5\frac{1}{2}$ pC.

55. a.

K steht zu p pC. n Jahre und ist mit den Zinsen zu V angewachsen. Wie groß ist K? Antw.:

$K = 100\ V : (100 + n\ p)$ Nr. 52, 53.

Hieraus folgt:

$V = ((100 + n\ p)\ K) : 100.$ Nr. 53. a.

$n = 100\ (V - K) : p\ K.$ Nr. 54.

$p = 100\ (V - K) : n\ K.$ Nr. 55.

allgemeine Formeln für die Aufgaben der ihnen beigefügten Nummern.

56.

Wenn ich $3\frac{1}{2}$mal so viel Geld hätte, als ich habe, so hätte ich 375 Rthlr. mehr, als ich habe. Wie viel Rthlr. habe ich? Antw.: 150 Rthlr.

57.

In dem einen Beutel habe ich $\frac{1}{4}$ meines Geldes, in dem zweiten $\frac{3}{8}$, in beiden zusammen 100 Rthlr., was im dritten ist, weiß ich nicht. Wie viel Rthlr. sind in allen Beuteln? Antw.: 160 Rthlr.

58.

Ein Mädchen sagte zu ihrem Vater: Ich wünschte mich verheirathet zu sehen, wenn ich nicht fürchtete noch zu jung zu seyn. Der Vater erwiederte: Wenn man die Zahl deiner Jahre durch $9\frac{3}{4}$ multiplicirt, und von dem Producte 12 abziehet, so bleiben 300 Jahre übrig. Wie alt war das Mädchen? Antw.: 32 Jahre.

59.

Zwei Maurer haben eine Mauer, die tausend Cubicfuß hält, zusammen verfertiget. Einer hat täglich 30, der andere in 3 Tagen 100 Cubicfuß gemacht. Für wie viel Fuß muß nun Jeder bezahlt werden? Antwort: Einer für $473\frac{13}{19}$ Fuß, der Andre für $526\frac{6}{19}$ Fuß.

60.

Ich habe für Jemanden 1202 Rthlr. eingenommen, die ich ihm auf der Post schicken soll. Das Postgeld beträgt $\frac{1}{6}$ pC., welches ich am Orte der Absendung bezahlen und ihm abziehen soll. Wie viel muß ich ihm also schicken? Antw.: 1200 Rthlr.

61.

Es sollen Jemandem 1100 Rthlr. auf der Post zugeschickt werden, Empfänger hat das Recht, sie postfrei zu erhalten. Da aber das 1 pC. Porto am Orte der Absendung nicht bezahlt werden kann; so frägt es sich, wie groß die Versendung mit dem beigelegten Porto seyn müsse? 1111 Rthlr. 4 Mgr.

61. a.

Am Orte der Absendung eines Capitals C muß das Porto P bezahlt werden, das p pC. ist, und das Empfänger zu bezahlen schuldig. Wie viel muß Absender dafür von C abziehn?

Es ist $P = p\,C : (100 + p)$

baar ist einzusenden $B = 100\,C : (100 + p)$.

Die Anwendung ist auf Nr. 60.

Ist aber der Absender das Porto zu bezahlen schuldig, das nicht am Orte der Absendung bezahlt werden kann; so muß er das P dem Empfänger mit zuschicken, der erhält

$$B = 100\,C : (100 - p)$$

und bezahlt davon $P = p\,C : (100 - p)$ an die dortige Post.

Die Anwendung auf Nr. 61.

62.

Ein Fleischer kauft eine Anzahl Ochsen, die Hälfte giebt er in die Weide, ein Drittheil in die Futterung, ein Zwölftheil behält er zum Schlachten, den Rest verkauft er, jeden Ochsen für so viel Rthlr., als er Ochsen verkauft. Daraus löset er so viel Rthlr., als er anfangs Ochsen gekauft hatte. Wie viel Ochsen hat er gekauft? Antw.: 144 Stück.

63.

Zwei Personen kauften ein Pferd. Es konnte aber der Eine mit seinem bei sich habenden Gelde nur den siebenten, der Andre gar nur den neunten Theil bezahlen, beide zusammen hatten 32 Rthlr. bei sich. Wie theuer war das Pferd, und wie viel Geld hatte jeder bei sich? Antw.: das Pferd kostete 126 Rthlr.; der Eine hatte 18 Rthlr. und der Andere 14 Rthlr. bei sich.

63. a.

Wenn w der Werth des Gekauften; S was beide Käufer zum Ankauf vorräthig haben, a w was der Eine dazu bei sich hat, b w was der Andere; so ist

1. $S = a\,w + b\,w = (a + b)\,w$
2. $w = S : (a + b)$
3. $a = (S - b\,w) : w$
4. $b = (S - a\,w) : w$

64.

Drei Trinker erhalten 15 Stübchen Engl. Bier. A behauptete, er könne sie in 30 Stunden nach einander allein austrinken; B erbot sich dazu in 20 Stunden; C wollte gar in 12 Stunden damit fertig werden. Wenn sie nun alle drei zugleich tranken, wie bald wurde das Fäßchen leer? Antw.: in 6 Stunden.

65.

Man verkauft von einem Stücke Tuch $\frac{1}{4}$ und $\frac{1}{3}$ des

Stücks, und behält 20 Ellen übrig. Wie viel Ellen hat das ganze Stück gehalten? Antw.: 48 Ellen.

66.

Zwei Personen hatten eine Summe Geldes zusammen verzehrt. Der Eine fand, daß er von seinem Vorrathe nur $\frac{1}{3}$ der Zeche bezahlen konnte; hingegen hatte der Andre gerade doppelt so viel Geld bei sich, als sie schuldig waren. Nach bezahlter Zeche war ihr Vorrath noch 40 Rthlr. Wie groß ist die Zeche gewesen, und wie viel Geld hatte Jeder bei sich? Antw.: Die Zeche betrug 30 Rthlr.; der Eine hatte 10 Rthlr. und der Andre 60 Rthlr. bei sich.

67.

Jemand verspielt im ersten Spiele $\frac{1}{5}$, im andern $\frac{1}{4}$, im dritten $\frac{1}{3}$ seines Vermögens, und behält noch 32 Gr. 4 Pf. übrig; wie viel Geld hat er anfangs gehabt? Antw.: 4 Rthlr. 6 Gr.

68.

Es behauptete Jemand, die Anzahl der Nonnen in einem Kloster sei 50; erhielt aber zur Antwort: ihrer sind nicht 50, sondern, wären derselben noch einmal so viel, halb so viel, ein Drittheil so viel, ein Viertheil so viel, und noch 13, alsdann würden 50 herauskommen. Wie viel Nonnen waren im Kloster? Antw.: 12.

69.

Ein Sohn erhielt von seinem Vater folgende Erklärung über sein Alter: wenn du noch $\frac{1}{2}$, $\frac{2}{3}$, $\frac{3}{4}$, $\frac{4}{5}$, $\frac{5}{6}$mal so alt wärest, als Du jetzt bist, und noch 9 Jahre dazu, so wärst Du 100 Jahre alt. Wie alt war er? Antwort: 20 Jahre.

70.

Ein Knabe kauft Nüsse: wie viel hast Du bekommen? frägt ein Anderer. Er antwortet: Wenn Du es ausrechnen kannst, so will ich Dir den fünften Theil davon geben. Denn wenn ich zu meinen Nüssen die Hälfte, $\frac{1}{5}$, $\frac{1}{10}$ addire, von dem Kommenden $3\frac{1}{2}$mal $2\frac{6}{7}$ subtrahire, so bleiben 80. Wie viel wirst Du nun bekommen? Antwort: 10 Stück.

71.

Man soll 90 in zwei ungleiche Theile theilen, daß, wenn der größere durch 2 dividirt und der kleinere durch 2 multiplicirt wird, Quotient und Produkt zusammen 90 ausmachen. Welches sind die Zahlen? Antw.: 60 und 30.

72.

Vermöge eines Testaments soll die Wittwe die Hälfte des ganzen Vermögens haben, der Bruder den dritten Theil, das Uebrige soll an die Kirche fallen. Nun bekam die Kirche 100 Rthlr. Wie stark war das ganze Vermögen? Antw.: 600 Rthlr.

73.

Eine Gesellschaft besteht halb aus Theologen, $\frac{1}{5}$ aus Juristen, und aus 15 Damen. Wie stark ist die Gesellschaft? Antw.: 50 Personen.

74.

Nachdem Jemand den fünften und dritten Theil seines Geldes verspielt hat, behält er noch 14 Rthlr. übrig. Wie viel Geld hat er gehabt? Antw.: 30 Rthlr.

75.

Ein Officier berichtet; die Hälfte meines Commandos ist gefangen, der vierte Theil auf dem Platze geblieben, und der siebente Theil hart verwundet, folglich habe ich nur noch 3 Mann bei mir. Wie stark ist sein Commando gewesen? Antw.: 28 Mann.

76.

Ich habe $1/5$ meines Alters in der Kindheit verlebt, $1/8$ in der Jugend, $1/2$ im männlichen Alter, und nun bin ich schon seit 14 Jahren ein Greis. Wie alt bin ich? Antw.: 80 Jahre.

77.

Ein Vater verordnet, daß von seinem Vermögen der älteste Sohn 1000 Rthlr. weniger, als die Hälfte der Verlassenschaft; der zweite 800 Rthlr. weniger, als den dritten Theil derselben; der dritte 600 Rthlr. weniger, als den vierten Theil der Verlassenschaft haben soll. Was hinterließ der Vater, und was bekam jeder seiner Söhne? Antw.: Die Verlassenschaft betrug 28800 Rthlr.; der älteste Sohn bekam 13400, der zweite 8800, der dritte 6600 Rthlr.

78.

Der Fuß einer Säule ist $5\,1/2$ Schuh hoch; das darauf stehende Holzwerk beträgt die Hälfte der ganzen Säule über dem Holze liegt Kupfer, dessen Höhe $1/5$, und darüber eine Vergoldung, deren Höhe $1/7$ der ganzen Säule ausmacht. Wie hoch ist die Säule? Antw: 35 Schuh.

79.

Es hat Jemand einige Rthlr. angelegt, um folgende Waaren zu bezahlen. Der gekaufte Zucker kostet $1/4$, der Kaffee $1/3$, der Reis $1/12$, der Thee $1/6$ von dem angelegten Gelde, die Mandeln $7\,1/2$ Rthlr. Wie viel Rthlr. hat er für dieses Alles angelegt? Antw.: 45 Rthlr.

80.

Die Glocke hat — — — geschlagen, rief der Nachtwächter aus. Wie viel hats geschlagen? fragte ein Nachtschwärmer, und jener erwiederte: die Hälfte, das Drittheil, und das Viertheil der Stunden ist um eins größer, als ihre Anzahl. Wie viel hat es also geschlagen? Antw.: 12.

81.

Wenn ich von meinem Gelde $\frac{1}{2}$, $\frac{1}{3}$ und $\frac{1}{4}$ verschenken wollte, so würden mir 8 Rthlr. fehlen. Wie viel Geld habe ich also? Antw.: 96 Rthlr.

82.

Eine Frau will aus einer bestimmten Anzahl Pfunde Flachs ein Stück Leinewand spinnen lassen. Ihre große Magd erklärt sich, daß sie bei ihren übrigen Geschäften in 36 Tagen damit fertig werden wolle. Die kleine Magd gebraucht 48 Tage dazu. Da sie aber bald fertig sein muß, geht sie mit beiden Mägden dabei, und verspinnt täglich noch $\frac{1}{8}$ Pfund Flachs mehr, als die kleine Magd, daher werden sie gerade in 8 Tagen fertig. Wie viel Flachs ist nun da gewesen? Antw.: $2\frac{1}{4}$ Pfund.

83.

Ein Bauer bringt Aepfel zur Stadt. In dem äußersten Thore soll er die Accise erlegen, da er aber kein Geld hat, giebt er dem Einnehmer die Hälfte seiner Aepfel und noch einen halben dazu, ohne einen zu zerschneiden; im zweiten Thore hat er keinen Acciszettel, und muß daher dem Aufseher wieder die Hälfte und einen halben Apfel geben; im dritten Thore giebt er abermals die Hälfte und einen halben dazu. Als er in die Stadt kömmt, findet er, daß ihm 14 Aepfel fehlen. Wie viel Aepfel hatte er nun anfangs? Antwort: 15 Stück.

84.

Es setzte Jemand in seinem Testamente ein Capital aus, wovon die Kirche den fünften, von dem Uebrigen das Armenhaus den dritten Theil erhalten sollte. Von dem, was nun noch übrig blieb, war dem Rektor der fünfte und von dem Reste dem Conrektor der achte Theil bestimmt. Die übrigen 5936 Rthlr. sollten unter die neun andern Schulcollegen so vertheilt werden, daß von dem ersten bis zum letzten der folgende allemal 30 Rthlr. weniger bekäme. Wie groß war das vermachte Capital, und wie viel erhielt Jeder davon? Antw.: das ganze Capital war 15900 Rthlr., die Kirche erhielt 3180, das Armenhaus 4240, der Rektor 1696, der Conrektor 848, und der erste von den 9 Schulcollegen 779 $^5/_9$ Rthlr. ꝛc.

85.

Nachdem zwei Schäfer eine fremde Heerde Schaafe gezählt hatten, sagte A: ich habe nur $^1/_3$ so viel; B sagte: ich habe nur $^1/_4$ so viel; darauf erwiederte A: so habe ich 17 mehr, als Du. Wie groß war die Heerde? Antw.: 204.

86.

Es hatte Jemand mit drei Personen gewettet, mit der ersten um $^1/_3$, mit der zweiten um $^1/_4$ und mit der dritten um $^1/_8$ seines ganzen Vermögens. Nachdem er die beiden ersten Wetten verloren, und die letzte gewonnen hatte, hatte er überhaupt 11 Gr. verloren. Wie viel Geld hat er gehabt? Antw.: 24 Gr.

87.

Man hat drei Fässer; wird das zweite aus dem ersten gefüllt, so bleibt im ersten $^2/_3$ übrig; füllt man das dritte aus dem ersten, so bleibt $^5/_9$ übrig; wird aber das erste aus den beiden andern gefüllt, so fehlen 8 Ohm. Wie viel Ohm hat jedes von diesen Fässern? Antwort: das erste 36, das zweite 12, das dritte 16 Ohm.

88.

Einem Bothen, der jede Stunde eine halbe Meile geht, wird ein Andrer nachgeschickt, der in jeder Stunde $^3/_4$ Meilen zurücklegt, da der erste schon 5 Meilen voraus hat. In wie viel Stunden wird der letzte den ersten einholen? Antw.: in 20 Stunden.

89.

Ein Knabe hatte Nüsse, ein anderer nahm die Hälfte und 3 Stück davon; darauf kam ein dritter und entwendete ihm wieder die Hälfte und 4 Stück. Zuletzt behielt er nur noch den sechsten Theil von seinem ersten Vorrathe übrig. Wie viel Nüsse hatte der Knabe anfangs gehabt? Antw.: 66 Stück.

90.

Es will Jemand in einer Stadt Zitronen verschenken. Er giebt dem Magistrate die Hälfte der ganzen Anzahl, und die Hälfte einer Zitrone; seinem Vater $^1/_3$ des Rests mit $^1/_3$ einer Zitrone; seiner Mutter $^1/_4$ des Restes und $^1/_4$ einer Zitrone; seinem Bruder $^1/_5$ des Restes und $^1/_5$ einer Zitrone; seiner Schwester $^1/_6$ des Restes und $^1/_6$ Zitrone, einem Freunde $^1/_7$ des Restes und $^2/_7$ einer Zitrone; da ihm 16 Stück übrig bleiben, vertheilt er dieselben unter die Armen. Wie viel Zitronen hat er gehabt, wie viel schenkte er dem Magistrat, dem Vater rc. rc.? Antw.: Er hatte 119 Stück, der Magistrat erhielt 60, der Vater 20, die Mutter

10, der Bruder 6, die Schwester 4, der Freund 3, die übrigen 16 bekamen die Armen.

91.

Ein junger Mensch bewirbt sich um eine Jungfer, die ihre Muhme frägt, ob sie wohl alt genug zum Heirathen sey? Diese erwiedert: alt genug, denn wenn ich $\frac{2}{5}$, $\frac{5}{6}$, $\frac{8}{9}$ deiner Jahre mit 8 multiplicire, und 63 davon nehme, so bleibt Methusalems Alter, 969 Jahre. Wie alt war diese Jungfer? Antw.: 54 Jahre.

92.

Ein Bauer erntete funfzehnmal so viel, als er ausgesäet hatte, und 7 Hmt. darüber; nachdem er die Hälfte davon verkauft hatte, behielt er noch 306 Hmt. übrig. Wie viel Himten hat der Bauer ausgesäet? Antwort: $40\frac{1}{3}$ Himten.

93.

Ein Rechenmeister verlangt von seinen Schülern, daß sie den Vorrath seines Geldes nach folgender Angabe berechnen sollen: Wenn ihr dasselbe mit 3 multipliciret, 15 Rthlr. hinzuthut, das Kommende durch 6 dividirt, und noch 6 Rthlr. dazu addirt, so kommt eben so viel, als es anfangs gewesen. Wie stark war der Vorrath? Antwort: 17 Rthlr.

94.

Ein Bauer will Eier zur Stadt bringen, von welchen ihm unterwegs 10 Stück gestohlen werden. Kurz nachher zerbricht er die übrigen, so daß nur noch der fünfte Theil davon und 2 Stück ganz bleiben. Nachher findet er einen Korb mit 53 Stück Eiern, zählt nun seinen jetzigen Vorrath und findet, daß ihm an seiner ersten Zahl nur noch

11 Stück fehlen. Wie viel Eier hat der Bauer anfangs gehabt? Antw.: 80 Stück.

95.

Ein Gärtner hatte Aepfel gepflückt und schenkte dem ersten Freunde, der ihm begegnete, den dritten Theil, weniger 11 Stück; dem zweiten wieder den dritten Theil der übrigen, weniger 11 Stück; und dem dritten nochmals den dritten Theil der übrigen, weniger 11 Stück. Nun fand er, daß er gerade die Hälfte seiner Aepfel verschenkt hatte. Wie viel hatte er anfangs? Antw.: 114 Stück.

96.

Vier und zwanzig Gutegroschen-Stücke gelten 1 Rthlr. und 6 Viergutegroschen-Stücke gelten auch einen Rthlr Nun will aber Jemand gern von beiden Münzsorten 15 Stück für 1 Rthlr. haben. Wie viel muß er von jeder Sorte nehmen? Antwort: 12 Gutegroschen- und 3 Viergutegroschen-Stücke.

97.

Ein Wechsler hat zweierlei Münzen, von den ersten gelten 10 Stück einen Rthlr., von den andern 20 einen Rthlr Nun verlangt Jemand 17 Stück für einen Rthlr., wie viel bekommt er von jeder Sorte? Antw.: von der ersten 3 Stück, von der zweiten 14 Stück.

97. a.

Ein Goldschmidt hat 14löthiges und 11löthiges Silber, und will aus beiden 8 Mark 12löthiges Silber zusammenmischen. Wie viel muß er von jeder Sorte nehmen? Antw.: $2\frac{2}{3}$ Mark 14löthiges und $5\frac{1}{3}$ Mark 11löthiges.

97. b.

Jemand hat zwei Sorten Wein, von der bessern kostet das Stübchen 24 Ggr., von der geringern 15 Ggr. Beide Sorten will er so vermischen, daß das Stübchen der Mischung um 18 Ggr. verkauft werden könne. Wie viel muß daher von jeder Sorte genommen werden? Antwort: Von der geringeren $\frac{2}{3}$, von der bessern $\frac{1}{3}$.

97. c.

Es will Jemand Rokken, wovon der Scheffel 2 Rthlr., und Gersten, wovon der Scheffel $1\frac{1}{4}$ Rthlr. kostet, so vermischen, daß ein Scheffel der Mischung auf $1\frac{1}{2}$ Rthlr. zu stehen kommt. Wie viel Rokken und Gersten muß er zu einem Scheffel der Mischung nehmen. Antw.: $\frac{1}{3}$ Rokken und $\frac{2}{3}$ Gersten.

98.

Ein Kaufmann vermehrt sein Vermögen jährlich um den dritten Theil, nimmt aber im Anfange jedes Jahres hundert Pistolen davon, und wird nach drei Jahren noch einmal so reich, als er anfangs war. Wie viel hat er anfangs gehabt? Antw.: 7400 Rthlr.

99.

Ein Vater hinterläßt einige Kinder und ein Vermögen, das unter sie gleich vertheilt werden soll. Das erste bekommt 100 Rthlr. und $\frac{1}{10}$ des Restes; daß zweite 200 Rthlr. und $\frac{1}{10}$ des Restes; das dritte 300 Rthlr. und $\frac{1}{10}$ des Restes, und so das folgende immer 100 Rthlr. mehr und $\frac{1}{10}$ des Restes. Wie groß war das Vermögen, und wie viel Kinder waren vorhanden? Antwort: Vermögen 8100 Rthlr., und 9 Kinder.

100.

Ein unverheiratheter Liebhaber der Rechenkunst setzte seine Freunde zu Erben ein, also, daß A sollte 1 Rthlr.

und $1/9$ des Uebrigen; B sollte 2 Rthlr. und $1/9$ des Uebrigen; C sollte 3 Rthlr. und $1/9$ des Uebrigen; und so der folgende immer 1 Rthlr. mehr und $1/9$ des Uebrigen haben. Es findet sich nun, daß er jedem seiner Freunde gleich viel zugedacht habe. Wie groß war das Vermächtniß, und wie viel sind der Erben gewesen? Antw.: 64 Rthlr die Erbschaft, und 9 Erben.

101.

Doris wurde gefragt, wie viel Zinsen sie jährlich von einem gewissen Capitale erhalte, das zu 4 pC. steht? Sie antwortete: Dividire den fünften Theil des unbekannten Capitals durch die unbekannten Zinsen eines Jahrs, und addire 9 zum Quotienten, so erhälst du die Zinsen des Capitals. Wie viel Zinsen bekommt Doris jährlich? Antw.: 14 Rthlr.

102.

Ein Landgut hat in diesem Jahre 1890 Rthlr. Ertrag gegeben, also 8 pC. mehr, als im vorigen. Wie groß war der Ertrag im vorigen Jahre? Antw.: 1750 Rthlr.

102. a.

Wenn e der Ertrag des Jahrs, E der Ertrag des zweiten und um p pC. besser, als der der des erstern: wie groß war e? Antw.: Es ist

1. $e = 100\,E : (100 + p)$. Hieraus folgt
2. $E = (100 + p)\,e : 100$
3. $p = 100\,(E - e) : e$.

103.

Von 40 Centnern wurde so viel verkauft, daß 8 Centner mehr übrig blieben, als verkauft wurden. Wie viel wurde verkauft? Antw.: 16 Centner.

103. a.

Von C war v ausgegeben, und es blieb r mehr über, als ausgegeben. Wie viel war ausgegeben? Antw.: Es ist

$$v = (C - r) : 2, \text{ also}$$
$$C = 2\,v + r$$
$$r = C - 2\,v.$$

104.

Von 54 Rthlrn. gab ich so viel aus, daß mir noch 5mal so viel übrig blieb, als ich ausgegeben hatte. Wie stark war die Ausgabe? Antw.: 9 Rthlr.

104. a.

Von C war v ausgegeben, und es blieb mmal mehr über, als ausgegeben. Wie groß war die Ausgabe? Antw.: Es ist

$$v = C : (m + 1) \text{ also}$$
$$C = (m + 1)\,v$$
$$m = (C - v) : v.$$

105.

Ich hatte vergessen, wie viel Rthlr. ich zu mir gesteckt hatte, gab davon 10 Rthlr. aus, das Uebrige verlor ich, wußte aber, daß das Verlorne der sechste Theil des Beigesteckten war. Sollte sich nicht daraus das Beigesteckte bestimmen lassen? Antwort: 12 Rthlr. hatte ich zu mir gesteckt.

# Aufgaben,

## deren Auflösung auf die Theorie der Progressionen gebauet ist, und die hierher gehören.

### Für arithmetische Progressionen.

106.

Wer mit der Natur der arithmetischen Progression nicht vertraut ist, wird einen Theil dieser Aufgaben nur durch Versuche, andere gar nicht aufzulösen im Stande seyn. Die Regeln zur Auflösung derselben, wobei man sich der Gründe, worauf sie beruht, deutlich bewußt ist, geben algebraische Formeln, deren Mittheilung hier also nicht überflüssig seyn wird.

Bei den Progressionen sind vorzüglich zu merken:

a das erste Glied,

d der Denominator,

u das letzte Glied,

n die Anzahl der Glieder,

S die Summe der Glieder.

Aus dreien dieser Größen kann man immer eine Formel für eine der übrigen Größen finden. Dies giebt 20 Formeln, und darunter 2 Grundformeln. Aus deren Entwickelung und Verbindung mit einander wird die Herleitung der übrigen 18 Formeln dem leicht werden, dem die Auflösung einfacher und quadratischer Gleichungen bekannt ist. Aus der arithm. Progression $a$, $a + d$, $a + 2\,d$, $a + 3\,d$, $a + 4\,d$, $a + 5\,d$ u. s. f., ist die Abhänglichkeit des $u$ von $a$, $d$ und $n$ leicht zu ersehen. Dies giebt die erste Grundformel:

1. $u = a + (n - 1)\,d$ folgl. ist

2. $a = u - (n - 1\,d)$

3. $d = \frac{u - a}{n - 1}$

4. $n = \frac{u - a}{d} + 1$

Auch läßt sich aus obiger arithmetischen Progression die Abhängigkeit der S von a, u und n leicht bemerklich machen. Denn es fällt in die Augen, daß die Summe des ersten und letzten Gliedes so groß ist, als die Summe der beiden Glieder, die von jenen gleich weit entfernt sind. Hat man also n Glieder einer arithmetischen Progression; so hat man $n/2$ Paar Glieder, die alle der Summe des ersten und des letzten Gliedes gleich sind. Dadurch kommt man auf die zweite Grundformel:

5. $S = (a + u) : n/2$ weshalb

6. $n = \frac{2\,S}{a + u}$

7. $a = \frac{2\,S}{n} - u$

8. $u = \frac{2\,S}{n} - a.$

Aus diesen Formeln entstehen nun durch deren Verbindung die übrigen, und es ist

9. $u = \frac{S}{n} + \frac{(n - 1)\,d}{2}$ aus 2 u. 7 also

10. $S = \frac{(2\,u + (1 - n)\,d)\,n}{2}$

11. $d = \frac{2\,(u\,n - S)}{(n - 1)\,n}$ und

12. $n = \frac{d + 2u \mp \sqrt{((d + 2u)^2 - 8dS)}}{2d}$

13. $S = an + \left(\frac{n-1}{2} \times dn\right)$ aus 1 und 8 also:

14. $d = \frac{S}{n} - \frac{(n-1)d}{2}$

15. $d = \frac{2(S - an)}{(n-1)n}$ und

16. $n = \frac{d - 2a \mp \sqrt{(8dS + (2a - d)^2)}}{2d}$

17. $S = \frac{u^2 - a^2}{2d} + \frac{a + u}{2}$ aus 4 und 6 also

18. $d = \frac{(u + a)(u - a)}{2S - (a + u)}$

19. $u = \frac{-d \mp \sqrt{(8dS + (2a - d)^2)}}{2}$ und

20. $a = \frac{d \mp \sqrt{((d + 2u)^2 - 8dS)}}{2}$

1. Anmerk. In der Anwendung gelten die Formeln für wachsende und abnehmende Progressionen, nur daß bei diesen d negativ genommen werden muß. Will man dies nicht und d positiv annehmen, so ist dann in den Formeln das erste Glied u und das letztere a.

2. Anmerk. Die Formeln 12, 16, 19, 20, können bei den Aufgaben dieses Abschnitts nicht in Anwendung gebracht werden. Beispiele zu diesen Formeln finden sich unter Nr. 216, 217 218, 219.

## 106 a.

Wenn nach einer arithmetischen Progression 7 Tage hinter einander, den ersten Tag 5 Rthlr. und am letzten

20 Rthlr. bezahlt werden sollen, wie viel hat man im Ganzen bezahlt? Antw.: 87½ Rthlr. (Nr. 106, Form. 5.) und wie viel zahlte man an einem Tage mehr, als am vorhergehenden? Antw.: 2½ Rthlr. (Nr. 106, Form. 3.)

106. b.

Wie viel beträgt die Summe aller Zahlen von 1 bis 100? Antwort: 5050. (Nr. 106, Form. 5 oder auch Form. 17.)

107.

Zu einem zehntägigen Schmause werden 1200 Rthlr. ausgesetzt, so daß er an jedem Tage etwas Bestimmtes mehr kosten soll, als am vorhergehenden. Am ersten Tage kostete er 80 Rthlr.; was wird er am letzten kosten? Antw.: 160 Rthlr. (Nr. 106, Form. 8.); und wieviel kostet er jeden Tag mehr, als am vorhergehenden? Antw.: 8 Rthlr. 32 Mgr. (Form. 15.)

108.

Ein Schuldner wurde mit Execution belegt, die in 8 Tagen 164 Rthlr. kostete. Täglich wurden die Executions-Gebühren um etwas Bestimmtes erhöht, so daß er am letzten Tage 38 Rthlr. zahlen mußte? Wie viel zahlte er am ersten? Antw.: 3 Rthlr. (Nr. 106, Form. 7.); und um wie viel vermehrten sich die Executions-Gebühren täglich? Antw.: um 5 Rthlr. (Nr. 106, Form. 11.)

109.

Es fängt Jemand an, 2 Rthlr. zurückzulegen, und vermehrt dies täglich um etwas Bestimmtes, so daß er am letzten Tage 5⅓ Rthlr. zurücklegt, und dadurch 40⅓ Rthlr. gesammelt hatte. Wie viel Tage hatte er darauf gesammelt? Antw.: 11 Tage (Nr. 106, Form. 6.); und wie viel betrug die tägliche Vermehrung des Zurückgelegten? Antw.: ⅓ Rthlr. (Nr. 106, Form. 18.)

110.

Ein Armer bekommt den 1. Juli 1 Pf. und jeden folgenden Tag 2 Pf. mehr, als an dem vorhergehenden. Wie viel wird er am letzten Juli erhalten? Antw.: 5 Sgr. 1 Pf. (Nr. 106, Form. 1.); und im ganzen Monat? Antw.: 3 Rthlr. 8 Sgr. 1 Pf. (Nr. 106, Form. 13.)

111.

Zehn Knaben laufen nach einem Ziel. Der es am ersten erreicht, erhält 38 Aepfel; die übrigen, wie sie solches nach und nach erreichen, 4 weniger. Wie viel erhält der letzte? Antw.: 2. (Nr. 106, Form. 2.); und wie viele Aepfel wurden vertheilt? Antwort: 200. (Nr. 106, Form. 10.)

112.

Ein Bedienter erhält im 16ten Jahr seiner Dienstzeit 36 Rthlr. Lohn, dadurch, daß er ihm jährlich um 2 Rthlr. vermehret wurde. Wie groß war der Lohn im ersten Jahr? Antw.: 6 Rthlr. (Nr. 106, Form. 2.); und wie viel hatte er überhaupt an Lohn erhalten? Antw.: 336 Rthlr. (Nr. 106, Form. 10.)

113.

Ein andrer Bediente des nämlichen Herrn erhielt im ersten Jahre seiner 7jährigen Dienstzeit 6 Rthlr., und gleichfalls jährlich etwas Bestimmtes mehr, wodurch sein Lohn schon im 7ten Jahr 18 Rthlr. war. Er glaubte, daß ihn sein Herr nicht so belohne, wie den andern Bedienten. Es fragt sich, ob er Grund gehabt habe, sich zu beklagen? Antw.: Nein! denn auch seine Verbesserung war jährlich

2 Rthlr. (Nr. 106, Form. 3.) In den sieben Jahren seines Dienstes erhielt er freilich nur 84 Rthlr. (Nr. 106, Form. 10.), aber auch er würde, gleich dem andern Bedienten, 336 Rthlr. eingenommen haben, wenn er 16 Jahre gedient hätte.

114.

Ein Vater macht seinen Kindern Geschenke, dem jüngsten 3 Gulden, und jedem der älteren der Reihe nach 4 mehr, als dem vorhergehenden. Hiernach bekommt das älteste Kind 27 Gulden. Wie viele Kinder hatte er? Antw.: 7 Kinder (Nr. 106, Form. 4.); und wie viel schenkte er ihnen? Antw.: 105 Gulden. (Nr. 106, Form. 17.)

114. a.

Wie viel durch 3 theilbare Zahlen liegen zwischen 1 und 100? Antw.: 33 (Nr. 106, Form. 4.); und wie groß ist deren Summe? Antwort: 1683. (Nr. 106, Form. 17.)

114. b.

Ich habe in einem Monat täglich etwas nach einer arithmetischen Progression zurückgelegt. Am ersten desselben 1 Rthlr., am letzten 85 Rthlr., im ganzen Monat 1247 Rthlr. Was für ein Monat war dies? Antw.: der Monat Februar in einem Schaltjahr. (Nr. 106, Form. 6.) Wie viel legte ich täglich mehr zurück? Antw.: 3 Rthlr. (Form. 18.)

115.

Ein Knabe hat einen Korb, in den er 12 Steine sammeln soll, von welchen der nächste 6 Schritt, der zweite 10 Schritt, und so ein jeder vom Korbe 4 Schritte weiter entfernt liegt. Wenn nun der Knabe jeden Stein

3*

einzeln zum Korbe bringen soll, wie viele Schritte wird er machen müssen? Antwort: 672 Schritte. (Nr. 106, Form. 13.)

116.

Man soll einen Rthlr., oder 36 Mgr., in sechs Theile vertheilen, daß jeder folgende Theil 1 Mgr. mehr beträgt, als der vorhergehende. Wie groß wird jeder Theil sein? Antw.: $3\frac{1}{2}$, $4\frac{1}{2}$, $5\frac{1}{2}$, $6\frac{1}{2}$, $7\frac{1}{2}$, $8\frac{1}{2}$ Mgr. (Nr. 106, Form. 14.)

117.

Einem Weintrinker werden auf eine Woche 14 Bouteillen Wein zum Geschenk versprochen, doch unter der Bedingung, daß er an jedem folgenden Tage $\frac{1}{3}$ Bouteille mehr trinke, als an dem vorhergehenden, und daß Alles am siebenten Tage verzehrt sei. Wie viel muß er an jedem Tage trinken? Antw.: 1, $1\frac{1}{3}$, $1\frac{2}{3}$, 2, $2\frac{1}{3}$, $2\frac{2}{3}$, 3 Bouteillen. (Nr. 106, Form. 14.)

118.

Acht und vierzig Rthlr. sollen unter neun Personen so vertheilt werden, daß der folgende immer $\frac{1}{2}$ Rthlr. mehr bekommt, als der vorhergehende. Wie viel muß der erste bekommen und der letzte? Antw.: der erste $3\frac{1}{3}$ Rthlr., und der letzte $7\frac{1}{3}$ Rthlr. (Nr. 106, Form. 14, 9.)

119.

Es ist Jemand 506 Rthlr. schuldig, die er in elf Jahren dergestalt abtragen will, daß er in jedem folgenden Jahre 3 Rthlr. mehr, als in dem vorhergehenden bezahlt. Wie viel muß er im ersten Jahre bezahlen und wie viel im letzten? Antw.: im ersten 31 Rthlr. und im letzten 61 Rthlr. (Nr. 106, Form. 14, 9.)

120.

Ein Bedienter hat 10 Jahre gedient. Im ersten Jahre erhielt er 14 Rthlr. Lohn, der ihm aber jährlich um etwas Bestimmtes vermehrt wurde, wodurch er in der ganzen Dienstzeit 275 Rthlr. erhalten hatte. Wie viel betrug die jährliche Vermehrung seines Lohns und wie viel erhielt er im letzten Jahr? Antw.: die jährliche Vermehrung des Lohns war 3 Rthlr., und 41 Rthlr. war der Lohn des letzten Jahrs. (Nr. 106, Form. 15, 8.)

121.

Eines Bedienten Gehalt wurde jährlich mit 20 Rthlr. vermehrt, so daß er schon im 9ten Jahre einen Gehalt von 260 Rthlr. hatte. Wie viel Gehalt hatte er in dieser Zeit überhaupt eingenommen? Antw.: 1620 Rthlr.; und wie viel im ersten? Antw.: 100 Rthlr. (Nr. 106, Form. 10, 2.)

122.

Ein Courier soll in 9 Tagen 108 Meilen zurücklegen. Er reitet jeden Tag ½ Meile mehr, als am vorhergehenden. Wie viel Meilen hat er am letzten Tage gemacht? Antw.: 14 Meilen; und wie viel am ersten? Antw.: 10 Meilen. (Nr. 106, Form. 9, 14.)

123.

Eine Schuld von 188 Rthlr. wünschte ich in 8 Tagen dergestalt abzutragen, daß ich täglich etwas Bestimmtes mehr, als am vorhergehnden, und am letzten Tage den Rest von 41 Rthlr. bezahlte. Wie viel muß ich täglich mehr bezahlen? Antw.: 5 Rthlr.; und wie viel am ersten Tage? Antw.: 6 Rthlr. (Nr. 106. Form. 11, 7.)

123. a.

Ich habe mir eine Summe Geldes dadurch erspart, daß ich im ersten Jahre 100 Rthlr. zurücklegte, in jedem der folgenden Jahre aber immer 8 Rthlr. mehr. Auf diese Weise legte ich im letztern Jahre 164 Rthlr. zurück. Wie groß ist die Ersparung überhaupt? Antw.: 1188 Rthlr.; und in wie vielen Jahren ersparte ich diese Summe? Antw.: in 9 Jahren. (Nr. 106, Form. 17, 4.)

Anmerk. Noch hieher gehörige Aufgaben werden durch die Auflösung unreiner quadratischer Gleichungen aufgelöset, und finden sich in dem IVten Abschnitte unter Nr. 216 – 219.

123. b.

A und B bereden sich, daß einer der beiden eine Zahl wähle, der andere etwas dazuaddire, welches aber nie über eine von beiden zugleich bestimmte Zahl hinausgehen darf, daß diese Addition abwechselnd fortgesetzt werde, und daß der gewonnen haben soll, welcher eine andere von beiden gemeinschaftlich festgesetzte Zahl durch die Addition zuerst erreicht.

Es fragt sich, ob der das Spiel Anfangende eine Zahl wählen könne, die ihn, wenn er sich durch das, was er zuaddirt, in einer bestimmten arithmetischen Progression erhält, sich den Gewinn des Spiels zueignen könne?

Es sei die Gewinnzahl, d. i. diejenige, die man erreichen muß = 100 (G) und man soll nie über 12 (d) zuaddiren können; welches ist die Zahl, mit der A anfangen, und welches sind die Glieder der arithmetischen Progression, in deren Besitz er sich erhalten muß, wenn er das Spiel gewinnen will und also 100 zuerst erreichen muß? Antw.: Die erste Zahl ist 9 und die Progression 9, 22, 35, 48, 61, 74, 87, 100. Auch könnte er mit 22 u. s. f. anfangen, wenn er sich nur die Glieder der arithmetischen Progression erhält, deren Denominator = 13.

Eine allgemeine Ansicht giebt die Formel

$$\frac{G}{d+1} = x + \frac{r}{d+1}$$

r ist das erste Glied der verlangten arithmetischen Progression; d + 1 deren Denominator, auf x kommt hier gar nichts an. Geht d + 1 in G auf, so ist r = o, also das erste Glied der Progression. Wird eine Einwendung gegen o gemacht, so mache er eine Progression, deren erstes Glied = d + 1 = dem Denominator der Progression. Dies ist der Fall, wenn G = 56; d = 6, wodurch die Progression o, 7, 14, 21, 28, 35, 42, 49, 56, entsteht.

Man sagt, zwei Nürnbergische Kaufleute, Witt und Geyer, hätten oft mit einander Piket gespielt, öftere Reisen zu Pferde gemacht und es bedauert, während des Reitens kein Piket spielen zu können. Sie wären dadurch auf diese Unterhaltung gekommen und hätten ihr den Namen Piket zu Pferde gegeben. Da der, welcher zuerst eine Zahl bestimmt, wenn er die Natur dieser Rechnung kennt, gewinnen muß, so mag diese Unterhaltung wohl nicht von langer Dauer gewesen seyn.

123. c.

1) *Aus einer Anzahl Karten (n) nehme man einige (h) heraus und lege sie verdeckt neben einander.*
2) *Auf eine jede derselben lege man so viele, daß die Summe der aufgelegten Karten und der Points der untern Karte in jedem Haufen gleichviel betrage (u); und bemerke*
3) *die Anzahl der übrigen nicht in dem Haufen angebrachten Karten (r).*

Wenn nun $n = 40$, $h = 5$, $u = 12$, $r = 2$, so fragt sich, wie groß (S) die Summe der Points der untern Karten der 5 Haufen? Antw.: 27.

Die allgemeine Formel dazu ist

1. $S = h(u + 1) + r - n$ daraus folgt
2. $n = h(u + 1) + r - S$
3. $r = S + n - (h(u + 1))$
4. $h = \dfrac{S + n - r}{u + 1}$
5. $u = \dfrac{S + n - r}{h} - 1$

1. Anmerk. Ist n, h und u wie oben, so kann auch jeder, nicht dieser Rechnung Kundige, diese Aufgabe mechanisch bestimmen, weil dann $S = 25 + r$. Man darf daher nur jedesmal zu den übergebliebenen Karten 25 addiren, um die Summe der unter dem Haufen liegenden Points zu bestimmen. Diese Zahl 25 will ich für diese Ausgabe den Schlüssel, und zwar den durch r zu S nennen.

2. Anmerk. Wenn keine Karten überbleiben, so ist $r = 0$, $S = 25 =$ dem Schlüssel. Fehlen Karten an einem Haufen, so ist r negativ und muß vom Schlüssel abgezogen werden, um S zu erhalten.

124.

1) Wie heißt der Schlüssel zu S durch r, wenn $n = 40$, $h = 5$, $u = 15$? Antw.: Es ist $S = 40 + r$, daher 40 der Schlüssel.

2) Wie heißt der Schlüssel zu S durch r, wenn $n = 52$, $h = 4$, $u = 16$? Antw.: Es ist $S = 16 + r$, daher 16 der Schlüssel.

Die allgemeinen Formeln in 2, 3, 4, 5, für n, r, h und u können noch zu verschiedenen hieher gehörigen Aufgaben Anlaß geben.

## Für geometrische Progressionen.

124. a.

Was von Aufgaben, denen eine arithmetische Progression zum Grunde liegt, in Nr. 106. gesagt worden, gilt auch um so mehr von den geometrischen. Es wird hier noch schwieriger, die Aufgaben ohne Formeln aufzulösen, als bei jenen. Auch giebt es hier zwei Grundformeln, bei denen die allgemeinen Zeichen eben die Bedeutung haben, wie bei den arithmetischen, nur daß der Exponent $= e$, L den Logarithmus und Z L die dem Logarithmus zugehörige Zahl bedeutet.

Hiernach ist

1. $u = a\, e^{n-1}$ die erste Grundformel,

2. $a = \dfrac{u}{e^{n-1}}$

3. $e = \sqrt[n-1]{(u : a)} = Z\left(\dfrac{Lu - La}{n - 1}\right)$

4. $n = \dfrac{Lu - La}{Le} + 1.$ Ferner ist

5. $e = \dfrac{S - a}{S - u}$ die zweite Grundformel

6. $a = u\,e + S - e\,S$

7. $S = \dfrac{u - a}{e - 1} + u$

8. $u = \dfrac{(e - 1)\, S + a}{e}$ Ferner

9. $S = \dfrac{a\,(e^{n} - 1)}{e - 1}$ aus 1 und 8.

10. $a = \dfrac{S\,(e - 1)}{e^{n} - 1}$

11. $e^{n} - \dfrac{e\,S}{a} + \dfrac{S - a}{a} = 0$

12. $n = \dfrac{L\,(e\,S + a - S) - L\,a}{L\,e}$

13. $S = \dfrac{u - a}{(\sqrt[n-1]{(u:\,a)}) - 1} + u$.

aus 5 und 10

$= \dfrac{u - a}{Z\left(\dfrac{L\,u - L\,a}{n - 1}\right) - 1} + u$

14. $u\,(S - u)^{n-1} - a\,(S - a)^{n-1} = 0$

aus 1 und 5.

15. $a\,(S - a)^{n-1} - u\,(S - u)^{n-1} = 0$

aus 2 und 5.

16. $n = \dfrac{L\,u - L\,a}{L\,(S - a) - L\,(S - u)} + 1$.

Noch ist

17. $S = \dfrac{u\,(e^{n} - 1)}{(e - 1)\,e^{n-1}}$ aus 2 und 6 also

18. $u = \dfrac{S\,(e - 1)\,e^{n-1}}{e^{n} - 1}$

19. $n = \dfrac{L\,u\,e - L\,(u\,e - (e - 1)\,S)}{L\,e}$

20. $e^{n} - \dfrac{S\,e^{n-1}}{S - u} + \dfrac{u}{S - u} = 0$.

Uebrigens ist noch zu bemerken, daß der Exponent e so bestimmt werden muß, daß das zweite Glied der geometrischen Progression das Produkt aus dem ersten Gliede in dem Exponent werde. So ist z. B. in

der wachsenden geometrischen Progression 3, 6, 12, 24, 48, der Exponent = 2; und in

der abnehmenden geometrischen Progression 96, 48, 24, 12, 6, der Exponent = ½.

Ist die Progression abnehmend und die Anzahl der Glieder unendlich groß; so nähert sich u dem Nichts in's Unendliche, oder welches einerlei ist: u kommt dem Nichts immer näher und ist die Grenze von o.

Setzt man also in die Gleichung

$S = ((u - a) : (e - 1)) + u$ (Nr. 7.) $u = o$; so ist

21. $S = a (1 - e)$

22. $a = (1 - e) S$

23. $e = (S - a) : S$.

125.

Es legt Jemand am ersten Tage 1 Pf. zurück und an jedem darauf folgenden 6mal so viel, als am vorhergehenden. Das, was er am 6ten Tage weglegte, verwandte er zum Ankauf einer Uhr und das Weggelegte des 5ten zum Ankauf einer Uhrkette. Was kosteten die angekauften Sachen? Antw.: Die Uhr kostete 27 Rthlr., die Kette 4½ Rthlr. (Nr. 124 a., Form. 1.); und wie viel legte er in den 6 ersten Tagen zurück? Antw.: 32 Rthlr. 9 Ggr. 7 Pf. (Nr. 124 a., Form. 9.)

126.

Welches ist das erste Glied einer wachsenden geometrischen Progression von 13 Gliedern, deren Exponent 2, das letzte Glied aber 12288? Antw.: 3, (Nr. 124 a., Form. 1.); und wie groß die Summe aller Glieder? Antwort: 24573. (Form. 17.)

127.

Welches ist der Exponent einer geometrischen Progression von 7 Gliedern, deren erstes Glied 18, das letzte 13122? Antw.: 3 (Nr. 124 a., Form. 3.); und wie groß die Summe aller Glieder? Antw.: 19674. (124 a., Form. 13.)

128.

Wie viel Glieder hat eine geometrische Progression, deren erstes Glied 1, der Exponent 4, und das letzte Glied 65536? Antw.: 9 Glieder (Nr. 124 a., Form. 4.); und wie groß die Summe aller Glieder? Antwort: 87381. (Form. 7.)

129.

Es säet Jemand 2 Schfl. Korn aus, und gewinnt das fünfte Korn. Die Ernte säet er wieder aus, erntet wiederum das Fünffache u. s. w. 5 Jahre hinter einander. Wie viel hat er in den fünf Jahren geerntet? Antw.: Er hat 7810 Schfl. geerntet (Nr. 124 a., Form. 9.); und wie viel Schfl. hat er Profit? Antw.: 6248 Schfl.

130.

Ein Farospieler besetzte eine Karte mit 3 Dukaten, verlor und verdoppelte den Auffsatz, er verlor wieder und setzte diese Spielart fort. Nachdem er nun überhaupt sein Schicksal 6mal versucht hatte, gewann er, aber wie viel und wie groß war der Gewinn nach Abzug des Verlustes? Antw.: Er gewann 96 Dukaten (Nr. 124 a., Form. 1.), hatte aber doch nur einen reinen Gewinn von 3 Dukaten, weil er vorher 93 Dukaten verloren hatte. (Form. 9.)

131.

In dem anziehenden, gefährlichen, Sitten verderbenden Lottospiele wird der Gewinn auf einen simplen Auszug mit dem 15fachen Einsatze bezahlt. Cajus spielt auf einen simplen Auszug, und da er verspielt, so versucht er sein Glück weiter mit immer verdoppeltem Einsatz, bis er endlich in der 5ten Ziehung einen Gewinn von 720 Rthlr. erhält. Wie hoch war des Cajus erster Einsatz? Antw.: 3 Rthlr. (Nr. 124 a., Form. 2.)

132.

Die Summe aller Glieder einer geometrischen Progression ist 257 ¾, das erste Glied 4, das letzte 156 ¼. Wie groß ist der Exponent? Antw.: 2 ½ (Nr. 124 a., Form. 5.); und die Anzahl der Glieder? Antw.: 5. (Form. 16.)

133.

Herr von Ekkenberg hatte sich im Jahre 1717 durch einen zu Leipzig ausgestellten Wechsel verbindlich gemacht, für ein erhaltenes Pferd an den Lieutenant Beyer zu bezahlen in der ersten Stunde 1 Pf., in der zweiten 2 Pf., in der dritten 4 Pf. u. s. f. in jeder nächstfolgenden Stunde doppelt so viel, als in der vorhergehenden, und das 24 Stunden lang. Wie theuer war das Pferd? Antw.: 58254 Rthlr. 5 Ggr. 3 Pf. (Nr. 124 a., Form. 9.)

134.

Nach dem Berichte des arabischen Geschichtschreibers Asephad wollte Scheran, König in Indien, daß Seßa Ebn Dahor, der Erfinder des Schachspiels, sich selbst eine Belohnung wählen möchte. Er erbat sich die Summe der Weizenkörner, die herauskommen würde, wenn 1 für das erste Feld des Schachbretts, 2 für das zweite, und so immer für das folgende der 64 Felder doppelt so viel Körner, als für das vorhergehende, gerechnet würden. Wie viel Körner brachte dies? Antw.: 18''446744''073709'551615 Körner. (Nr. 124 a., Form. 9.)

Anmerk. Herr Hauptmann von Winterfeld rechnet auf einen Berliner Scheffel (Seite 453 seiner Rechenkunst) ungefähr 1'195920 Körner, wodurch jene ungeheure Körnerzahl 16''679998'619800 Berliner Scheffel betragen würde, welche aufgeschüttet einen Raum von mehr als 6 Meilen Länge, eine Meile breit und eine Meile senkrecht hoch, ausfüllen müßten.

135.

Ein großer Herr will eine ganze Woche traktiren, wozu er 2186 Rthlr. bestimmt hat. An jedem folgenden Tage soll dreimal so viel Aufwaud gemacht werden, als am Tage zuvor, und am siebenten Tage soll Alles verzehrt seyn. Wie viel wird der erste Tage kosten? Antw.: 2 Rthlr. (Nr. 124 a., Form. 10.); und wie viel der letzte? Antw.: 1458 Rthlr. (Form. 18.)

136.

Man will ein Capital von 300 Rthlrn. in vier Terminen bezahlen, und in jedem Termin die Hälfte des vorhergegangenen. Wie viel muß das erste Mal bezahlt werden? Antw.: 160 Rthlr. (Nr. 124 a., Form. 10.); und wie viel im letzten? Antw.: 20 Rthlr. (Form. 18.)

137.

Vier Personen, A, B, C und D, sollen sich dergestalt in 100 Rthlr. theilen, daß die folgende immer noch einmal so viel bekommt, als die vorhergehende. Wie viel bekommt

A? Antw.: 6⅔ Rthlr. (124 a., Form. 10.); und wie viel D? Antwort: 53⅓. (Form. 18.)

138.

Das letzte Glied einer geometrischen Progression ist 1458, der Exponent 3, die Anzahl der Glieder 5. Wie groß ist die Summe aller Glieder? Antwort: 2178 (Nr. 124 a., Form. 17.); und wie groß das erste Glied? Antw.: 18. (Form. 2.)

139.

Die Summe aller Glieder einer geometrischen Progression ist 847, der Exponent 3, die Anzahl der Glieder 5. Wie groß ist das letzte Glied? Antwort: 567 (Nr. 124 a., Form. 18.); und wie groß das erste? Antw.: 7. (F. 10.)

140.

Die Summe aller Glieder einer geometrischen Progression ist 3276, der Exponent 3, das letzte Glied 2187. Wie groß ist die Anzahl der Glieder? Antw.: 6 (Nr. 124 a., Form. 19.); und wie groß das erste Glied? Antw.: 9. (Form. 6.)

141.

Das erste Glied einer geometrischen Progression ist 6, das letzte Glied 1536, die Summe aller Glieder 2046. Wie groß ist die Anzahl der Glieder? Antwort: 5 (Nr. 124 a., Form. 16.); und wie groß ist der Exponent? Antw.: 4. (Form. 5.)

142.

Das erste Glied und der Exponent einer abnehmenden geometrischen Progression von einer unendlichen Anzahl Glieder ist ½, welches ist die Grenze, der sich die Summe der Progression in's Unendliche nähert? Antw.: 1. (Nr. 124 a., Form. 21.)

143.

Die Summe einer abnehmenden geometrischen Progression hat $^{15}/_{14}$ zur Grenze, ihr erstes Glied ist $^{5}/_{7}$. Wie groß ist der Exponent? Antw.: $^{1}/_{3}$ (Nr. 124 a., Form. 23.)

144.

Die Summe einer abnehmenden geometrischen Progression hat 1 zur Grenze, ihr Exponent ist $^{1}/_{3}$. Wie groß ist ihr erstes Glied? Antw.: $^{2}/_{3}$. (Nr. 124 a., Form. 22.)

Anmerk. Verschiedene dieser Aufgaben bedürfen zwar zu ihrer Auflösung die Auflösung höherer Gleichungen, die aber zum Theil durch Logarithmen auf einfache Gleichungen gebracht und mit Bequemlichkeit aufgelöset werden können. Es finden sich dergleichen unter Nr. 395 bis 398.

# Bestimmte Aufgaben.

## II.

Es sollen unbekannte Größen einer bestimmten Aufgabe vom ersten Grade gefunden werden, wenn die Aufgabe zu ihrer Auflösung nur unbestimmte Gleichungen liefert. (Von Nr. 145 bis Nr. 184.)

145.

Eine Pfanne faßt 18 Eimer. In die Pfanne und den Eimer gehen zusammen 570 Maß. Wie viel Maß faßt die Pfanne, und wie viel Maß der Eimer? Antw.: die Pfanne 540; und der Eimer 30 Maß.

146.

Lege ich in eine meiner Tabacksdosen 10 Rthlr., so ist sie noch einmal so viel werth, als die andere; lege ich aber diese 10 Rthlr. in die andere, so sind beide gleich viel werth. Wie groß ist der Werth einer jeden? Antw.: die eine 30 Rthlr., und die andere 20 Rthlr.

147.

Einer spricht zum Andern: hätte ich 15 Rthlr. mehr, als ich habe, so hätte ich doppelt so viel, als du. Der Andere spricht: hätte ich 10 Rthlr. mehr, als ich habe, so hätte ich so viel, als du. Wie viel Rthlr. hatte ein Jeder? Antw.: Einer 35 Rthlr., der Andere 25 Rthlr.

147. a.

Lege ich a zu A; so ist A mit a mmal so viel werth, als B. Lege ich aber b zu B; so ist B mit b so viel werth, als A. Welches sind die Werthe von A und B? Es ist $A = (a + b\,m) : (m - 1)$ und

$B = (a + b) : (m - 1)$.

Unter dieser allgemeinen Aufgabe befinden sich die unter Nr. 146 und Nr. 147.

148.

Auf die Frage, wie groß die Zahl der Kinder in einer Familie sei? antwortete der Sohn: ich habe so viel Schwestern, als Brüder; die Tochter aber sagte: ich habe nur halb so viel Schwestern, als Brüder. Hieraus wurde berechnet, daß 7 Kinder, 4 Söhne und 3 Töchter in der Familie waren.

149.

A und B aßen Eier zusammen. A sagte: giebst du mir zwei von deinen, so habe ich so viel, als du. B antwortete: giebst du mir zwei von deinen, so habe ich noch einmal so viel, als du. Hiernach mußte A 10 und B 14 Eier haben.

150.

Man verlangt von etlichen Löppen Garn 100 Ellen Leinewand. Der Weber sagt: es wären 20 Löppe zu wenig; man will daher nur 80 Ellen haben, so bleiben aber 12 Löppe übrig. Wie viel Löppe waren es, und wie viel wurden zu einer Elle Leinewand gebraucht? Antw.: 140 Löppe in allem, und $1\,^3/_5$ gehörten zu jeder Elle.

151.

Verkauft man ein Pfund seiner Waare für $4\,^7/_8$ Rthlr., so verliert man auf alle Pfunde 2½ Rthlr., verkauft man ein Pfund für 5 Rthlr., so gewinnt man auf alle Pfunde 10 Rthlr. Wie viel Pfunde hat man? Antwort: 100 Pfund.

152.

Ein Goldschmied sagte von einer silbernen Schale, wenn sie wöge noch einmal so viel, halb, ¼, ⅙ so viel, als sie wiegt, und noch 12 Loth dazu, so wöge sie eben so viel über 100 Lth., als sie jetzt darunter wiegt. Wie schwer war die Schale? Antw.: 48 Loth.

153.

Wie alt bist du? fragte ein Sohn seinen Vater. Die Antwort war: es sind schon 7 Jahre, da ich gerade 3mal so alt war, als du damals warest, und in 7 Jahren werde ich doppelt so alt seyn, als du alsdann seyn wirst. Wie alt war Vater und Sohn? Antw.: 49 Jahr alt war der Vater und 21 der Sohn.

154.

Nachdem von einer Gesellschaft jede Person 4 Rthlr. gegeben hatte, hatte man 20 Rthlr. zu wenig, um eine Zeche zu bezahlen; und nachdem Jeder noch 1 Rthlr. nachgeschossen hatte, behielt man nach der Bezahlung 5 Rthlr. übrig. Wie viele Personen waren in der Gesellschaft, und wie hoch belief sich die Zeche? Antw.: 25 Personen hatten 120 Rthlr. verzehrt.

155.

Es kauft Jemand etliche Pfund Zucker; giebt er für ein Pfund 7 Gr., so behält er 10 Gr. von dem, was er zum Ankauf bestimmte, über; giebt er für ein Pfund 8 Gr., so fehlen ihm zur Bezahlung 30 Gr. Wie viel Pfund

4*

hat er gekauft? Antwort: 40 Pfund, wozu er 8 Rthlr. 2 Mgr. bestimmt hatte.

156.

Ich theilte in einer Gesellschaft Geld aus, und wollte jeder Person 6 Gr. geben, dazu fehlten mir aber 12 Gr., darum gab ich jeder Person nur 4 Gr., und hatte nun 2 Gr. übrig. Wie viel Groschen und Personen waren da? Antw.: 30 Gr. und 7 Personen.

157.

Wenn man jedem seiner Arbeiter 9 Gr. giebt, so behält man 32 Gr. übrig; giebt man aber jedem 11 Gr., so fehlen 32 Gr. Wie viel sind der Arbeiter, und wie viel Geld hat man? Antw.: es sind 32 Arbeiter, und man hat 320 Gr.

157. a.

Die Aufgaben 154 bis 157 stehen unter den allgemeinen Gleichungen $m x + a = z$ 1.

und $x (m + n) - b = z$ 2.

Daher $x = (a + b) : n$

und $z = \frac{m (a + b)}{n} + a.$

158.

Ich gab aus einem Korbe voll Aepfel einer Anzahl Kinder, jedem 4 Stück, und behielt 44 übrig. Ich ließ mir darauf alle Aepfel zurückgeben, und gab jedem Kinde nun 6 Aepfel, da behielt ich 12 Stück übrig. Wie viel Aepfel hatte ich anfangs im Korbe, und wie viel Kinder waren da? Antw.: 16 Kinder, und 108 Aepfel.

158. a.

Diese Aufgabe steht auch unter den allgemeinen Glei=

chungen in Nr. 157. a., nur daß man für diese die Zeichen vor b verändern muß. Daher denn

$$x = (a - b) : n \quad \text{und}$$

$$z = \frac{m\,(a - b)}{n} + a.$$

159.

Jemand wollte ein Landgut kaufen, hatte aber sein Vermögen in Capitalien stehen, deswegen wollte er jedem seiner Schuldner etwas aufkündigen. Wenn er nun jedem 200 Rthlr. aufkündigt, so hat er 700 Rthlr. zu viel; und wenn er jedem 150 Rthlr. aufkündigt, so hat er 1100 Rthlr. zu wenig. Nun ist die Frage, wie vielen seiner Schuldner er aufkündigen und was ihm jeder zurückzahlen müsse, damit er weder zu viel noch zu wenig zu diesem Kaufschillinge habe? Antw.: $180\frac{5}{9}$ Rthlr. muß jeder von seinen 36 Schuldnern zurückzahlen.

160.

Es hat Jemand zwei silberne Becher und dazu einen Deckel. Der eine Becher ist zwölf Loth schwer, und wiegt mit dem Deckel doppelt so viel, als der andre Becher. Der andre Becher wiegt mit dem Deckel dreimal so viel, als der erste. Wie schwer ist der Deckel und der zweite Becher? Antw.: der Deckel 20, der zweite Becher 16 Loth.

161.

Ein Bauer ist einem Kaufmanne in der Stadt für allerlei Waare schuldig 30 Rthlr. 19 Gr., und will diese Schuld mit Rocken und Gerste bezahlen; liefert auch insgesammt 58 Himten, und rechnet den Himten Rocken zu 20 Gr. 4 Pf., und den Himten Gerste zu 15 Gr. 4 Pf. Nun ist die Frage, wie viel Himten Rocken und wie viel

Himten Gerste er geliefert habe? Antw.: 40 Himten Rocken und 18 Himten Gerste.

161. a.

Diese Aufgabe wird allgemein aufgelöset durch die Gleichungen $m\ R + n\ G = a$

$$R + G = b$$

daher $R = \frac{a - n\ b}{m - n}$

und $G = \frac{b\ m - a}{m - n}$

Hier ist R die Anzahl der Himten Rocken und G die Anzahl der Himten Gerste.

162.

Einer kauft 20 Pfund Rosinen und 24 Pfund Pflaumen um $2\frac{1}{4}$ Rthlr. Ein Andrer kauft um denselben Preis 24 Pfund Rosinen und 30 Pfund für $2\frac{3}{4}$ Rthlr. Wie viel kostet das Pfund von jeder Gattung? Antw.: das Pfund Rosinen $1\frac{1}{2}$ Sgr., das Pfund Pflaumen 1 Sgr.

162. a.

Ich wechsele für 3 Pistolen $5\frac{19}{73}$ Dukaten, und für 5 Pistolen 8 Dukaten 2 Rthlr. 8 Sgr. nach dem nämlichen Cours ein. Wie hoch wurde jede der Geldmünzen gerechnet? Antw.: die Pistole zu 5 Rthlr. 8 Sgr. und der Dukaten zu 3 Rthlr. 1 Sgr.

163.

Ein Maulesel und ein Esel beschwerten sich über die Lasten, die sie trugen. Der Esel sagte zum Maulesel: Wenn du mir einen Centner von deiner Last gäbest, so hätte ich zweimal so viel, als du behieltest. Der Maulesel antwortete: Wenn du mir einen Centner von deiner Last gäbest, so hätte ich zweimal so viel, als du behieltest. Wie viel Centner hat Jeder gehabt? Antw.: der Esel $2\frac{1}{5}$ und der Maulesel $2\frac{3}{5}$ Centner.

164.

A und B beschenkten ihre Schwester mit Aepfeln. A gab ihr $\frac{1}{5}$, B $\frac{1}{7}$ seines Vorraths, wodurch die Schwester zwanzig Stück bekam, und A soviel als B behielt. Wie viel mag jeder Bruder anfangs gehabt haben? Antw.: A 60, B 56 Stück.

165.

A und B sind 600 Rthlr. schuldig. Keiner von beiden kann sie allein bezahlen, deswegen sagt A zu B: gieb mir $\frac{3}{4}$ deines Geldes zu meinem, so kann ich die Schuld bezahlen. B sagt zu A: gieb mir die Hälfte deines Geldes, so kann ich sie entrichten. Wie viel Geld hat nun Jeder gehabt? Antw.: A 240 und B 480 Rthlr.

166.

Ein Hase hat 88 Sprünge vor einem Hunde voraus. Der Hund thut 7 Sprünge, indem der Hase nur 5 thut; und der Hund kommt mit 2 Sprüngen eben so weit, als der Hase mit 3. Wie viel Sprünge hat der Hase noch zu thun, bis er von dem Hunde eingeholt wird? Antw.: 80 Sprünge.

167.

Zwei Malter Rocken und 8 Malter Weizen kosten zusammen 64 Rthlr. Drei Malter Rocken und sechs Malter Weizen kosten nach demselben Preise 54 Rthlr. Wie viel kostet ein Malter von jedem? Antw.: Ein Malter Rocken kostet 4, ein Malter Weizen 7 Rthlr.

168.

Es giebt einen Bruch, wenn man 1 vom Zähler nimmt, so wirds $\frac{1}{4}$, und wenn man eins vom Nenner abnimmt, so wirds $\frac{1}{3}$. Welches ist der Bruch? Antw.: $\frac{5}{16}$.

168. a.

Man soll einen Bruch $\frac{z}{n}$ von der Beschaffenheit finden, daß, wenn man vom Zähler (z) nimmt a, der Bruch $\frac{c}{d}$ entstehe. Nimmt man aber b vom Nenner (n), daß $\frac{e}{f}$ herauskomme. Antw.: Dieser Bruch ist $\frac{z}{n} =$

$$\frac{(b\ c + a\ d)\ e}{(a\ f + b\ e)\ d}$$

Anmerk. Diese Formel dient auch zur Auflösung der Aufgabe, einen Bruch zu finden, der, wenn man a zum Zähler addirt, der Bruch $\frac{c}{d}$, und wenn man b zum Nenner addirt, der Bruch $\frac{e}{f}$ entstehe.

Ist $a = b$; so ist $\frac{z}{n} = \frac{(c + d)\ e}{(f + e)\ d}$

Sind in diesem Fall die durch die Veränderung des z und n entstandene Brüche $\frac{c}{d}$ und $\frac{e}{f}$ keine Brüche, die man aufheben kann, oder man läßt sie unaufgehoben, wenn dies auch geschehen könnte; so ist $\frac{z}{n} = \frac{c}{d}$.

169.

Ein Sohn wird gefragt, wie alt Er, sein Vater und sein Großvater wären? Er antwortete: ich und der Vater sind zusammen 54 Jahre; der Vater und der Großvater zusammen 109 Jahre, der Großvater und ich zusammen 85 Jahre alt. Wie alt ist ein Jeder gewesen? Antw.: der Sohn war 15, der Vater 39 und der Großvater 70 Jahre alt.

170.

Es kauft Jemand für 15 Rthlr. Nelken, Pfeffer und

Ingber; das Pfund Ingber kostet 9 Gr., das Pfund Pfeffer 18 Gr., das Pfund Nelken 27 Gr. Wenn er ein Pfund Nelken kauft, so will er 2 Pfund Pfeffer und 3 Pfund Ingber haben. Ist die Frage, wie viel er von jedem Gewürze besonders bekommen? Antwort: 6 Pfund Nelken, 12 Pfund Pfeffer, 18 Pfund Ingber.

171.

Der erste von dreien Arbeitsleuten bekommt täglich 8 Gr., der andere 7 Gr., der dritte 6 Gr. Sie haben überall 146 Tage Lohn verdient, und zuletzt bekommt einer so viel, als der andere. Wie viel Tage hat Jeder gearbeitet? Antw.: A 42, B 48, C 56 Tage.

172.

Ein Faß Wein wurde mit Verlust für 224 Rthlr. verkauft, wäre es aber für 260 Rthlr. verkauft, so wäre der Gewinn dreimal so groß gewesen, als der Verlust war. Wie theuer ist es eingekauft worden? Antw.: für 233 Rthlr.

172. a.

In der allgemeinen Aufgabe für diese besondere, sei der Einkaufspreis $= x$, der Verkaufspreis $= A$, der Verlust beim Verkauf $y = x - A$. Wäre der Verkaufspreis $A + m$ gewesen, so war der Gewinn beim Verkauf $z = n\,y = n\,(x - A)$.

Daher $x = A + \dfrac{m}{n + 1}$

$$y = \frac{m}{n + 1} \qquad z = \frac{m\,n}{n + 1}$$

wo m der Unterschied beider Verkaufspreise ist.

173.

Drei Personen hatten, jede, eine Summe Geldes. A sagte zu B: gieb mir 100 Rthlr. von deinem Gelde zu meinem, so habe ich zweimal so viel, als du behälst. B sagte zu C: gieb mir 200 Rthlr. von deinem zu meinem Gelde, so habe ich dreimal so viel, als du behältst. C sagte zu A: gieb mir 60 Rthlr. von deinem Gelde zu meinem, so habe ich fünfmal so viel, als du behältst. Wie viel hat Jeder gehabt? Antw.: 140, B 220, C 340 Rthlr.

174.

Wenn die erste dreier Zahlen durch die zweite multiplicirt wird, so kommt viermal so viel, als die Summe der drei Zahlen; wird die erste mit der dritten multiplicirt, so kommt fünfmal so viel, als die Summe der drei Zahlen; wird die zweite mit der dritten multiplicirt, so kommt sechsmal so viel, als die Summe der drei Zahlen. Welches sind die Zahlen? Antw.: $12\frac{1}{3}$, $14\frac{4}{5}$, $18\frac{1}{2}$.

175.

Drei Kinder werden mit Aepfeln beschenkt, die sie ohne Ordnung zu sich nehmen. Da aber das älteste hernach siehet, daß es bei weitem die meisten hat, so giebt es den beiden anderen, einem jeden so viel, als es schon hat. Eben das thut auch das zweite, und hernach auch das dritte, und nun findet sich, daß ein jedes 8 Aepfel bekommen hat. Wie viel hat jedes Kind anfangs erhalten? Antw.: A 13, B 7, C 4.

176.

Ein Lehrer legte seinen sechs Schülern eine Summe von 384 Pfennigen vor, wovon ein Jeder nach Belieben nehmen sollte. Da aber die Theilung sehr ungleich aus-fällt, so verlangt der Lehrer, daß der Größte, welcher die meisten genommen, jedem andern so viel abgeben soll, als er bekommen. Darauf sollte der, welcher hiedurch das Meiste erhalten, auf gleiche Art dem andern abgeben. Nachdem alle sechs dies Verlangen erfüllet, so findet sich, daß die Pfennige gleich getheilt sind. Wie viel Pfennige hat Jeder anfangs gegriffen, und wie viel hat er hernach behalten? Antw.: zuerst A 193, B 97, C 49, D 25, E 13, F 7, und zuletzt Jeder 64 Pfennige.

177.

Sieben Diebe ergriffen einen Beutel mit Dukaten, und in der Eile und Unordnung bekam der Stärkste das Meiste, nämlich 449 Dukaten. Da nun Zank zu befürchten war, so urtheilte der Räuberhauptmann, daß der, welcher das Meiste erhascht hatte, den Andern einem Jeden seinen Werth verdoppeln müsse, doch mit der Bedingung, daß dann ferner der Reichste eben so thun sollte, bis zum Letzten, da dann alles gleich getheilt seyn würde. Wie viel hat nun Jeder anfangs ergriffen und hernach erhalten? Antw.: anfangs A 449, B 225, C 113, D 57, E 29, F 15, G 8, und hernach Jeder 128.

177. a.

Wenn $n =$ der Anzahl der Theilnehmer in den Aufgaben 175, 176, 177, und in ähnlichen und es ist

1. gegeben $g$ die Zahl, die einer wie der andere Theilnehmer nach geendigter Mittheilung erhält, wie in der Aufgabe 175 die Zahl 8 und es ist dann $g = 2^n$ welches, da hier $n = 3$, der Fall ist; oder wenn
2. gegeben ist $S$ die Summe aller Zahlen, wie in der Aufgabe 176 die Zahl 384 und es ist $S = n\,2^n$,

welches, da hier $n = 6$, der Fall ist; oder wenn
3. gegeben ist u die Zahl dessen, der anfänglich das Meiste erhielt, wie in der Aufgabe 177 die Zahl 449 und es ist $u = (2^{n-1} n) + 1$, welches, da hier $n = 7$, der Fall ist,

so ist die kleinste der Zahlen $= n + 1$,
die darauf folgende nächst größere $= 2n + 1$,
⸗ ⸗ ⸗ ⸗ ⸗ $= 4n + 1$,
⸗ ⸗ ⸗ ⸗ ⸗ $= 8n + 1$,
die nte oder letzte und größte aber, $= (2^{n-1} n) + 1$.

Ist aber im ersten Falle $g = m\,2^n$, im zweiten Fall $S = m\,n\,2^n$, im dritten Fall $u = m\,((2^{n-1} n) + 1)$, so müssen die nach den Formeln von $n + 1$ bis $(2^{n-1} n) + 1$ gefundene Zahlen noch mit m multiplicirt werden, wenn sie der Aufgabe Genüge leisten sollen. Wäre z. B. in der Aufgabe 175 die Zahl, was jeder der drei Theilnehmer nach geendigter Mittheilung erhielt, nicht 8, sondern 40; so ist, da nach der Formel $G = 2^n = 2^3 = 8$, aber $m\,G = 40$; daher $m = 5$ und es sind die drei Zahlen statt 4, 7, 13; 20, 35, 65, die dieser Aufgabe unter der Bedingung, daß Jeder nach vollbrachter Mittheilung 40 erhält, Genüge leisten.

178.

Ich kaufte Tuch, fünf Ellen für sieben Rthlr., und verkaufte es, sieben Ellen für eilf Rthlr. Dadurch habe ich 100 Rthlr. gewonnen. Wie viel Ellen Tuch sind es gewesen? Antw.: $583\frac{1}{3}$ Ellen.

179.

Es kauft Jemand dreierlei Tuch; die Elle des besten kostet $2\frac{1}{2}$ Rthlr., die Elle des mittlern 2 Rthlr., die Elle des geringsten 1 Rthlr. Er nimmt des besten nur halb so viel, als des mittlern, und des mittlern nur halb so viel, als des geringsten, und bezahlt dafür $52\frac{1}{2}$ Rthlr. Wie viel hat er nun von jedem Tuche bekommen? Antw.: des besten 5, des mittlern 10, des geringsten 20 Ellen.

180.

Drei Personen, A, B und C, haben ein Haus gekauft, welches 100 Rthlr. kostet. Der Erste begehrt von dem Andern die Hälfte seines Geldes, das Haus allein zu bezahlen; der Andere begehrt vom Dritten $\frac{1}{3}$ seines Geldes, um dasselbe zu thun; der Dritte begehrt vom Ersten $\frac{1}{4}$ seines Geldes, um die Zahlung allein leisten zu können. Wie viel hat Jeder Geld gehabt? Antw.: A hatte 64, B 72 und C 84 Rthlr.

181.

Drei Personen hatten zusammen eine Summe Geldes verzehrt. Keiner konnte allein bezahlen, daher spricht A zu B: gieb mir $\frac{1}{4}$ deines Geldes zu meinem, so kann ich bezahlen. B spricht zu C: gieb mir $\frac{1}{8}$ deines Geldes zu meinem, so kann ich bezahlen. C spricht zu A: gieb mir die Hälfte deines Geldes zu meinem, so kann ich bezahlen, ob ich gleich nur 4 Rthlr. habe. Wie viel hatten sie nun verzehrt, und wie viel hatte A und B Vorrath? Antw.: verzehrt $6\frac{1}{2}$ Rthlr., A hatte 5, B 6 Rthlr.

182.

Ein Wechsler hat drei mit A, B und C bezeichnete Beutel mit Gelde. Nimmt er aus B 80 Rthlr. und legt sie in A, so ist in A $2\frac{1}{2}$mal so viel, als in B bleibt. Nimmt er aus C 120 Rthlr., und legt sie in B, so ist in B $3\frac{1}{2}$mal so viel, als in C bleibt. Nimmt er aber aus

A 60 Rthlr. und legt sie in C, so ist in C $4\frac{1}{3}$mal so viel, als in A bleibt. Wie viel ist in jedem Beutel gewesen? Antw.: in A 120, B 160, C 200 Rthlr.

183.

Vier Personen haben gewonnen 1710 Rthlr. Wenn A ihren Gewinn mit 3, B ihren Gewinn mit 4, C mit 5 und D mit 6 multiplicirt, so kommt allemal ein gleiches Product. Wie stark ist einer jeden Gewinn gewesen? Antw.: A 600, B 450, C 360, D 300.

184.

Vier Personen haben gewonnen 1090 Rthlr. Wie jede ihren Theil nachzählt, findet sich folgendes Verhältniß: Wenn A ihren Theil durch 3, B durch 4, C durch 5 und D durch 6 dividirt, so kommt allezeit ein gleicher Quotient. Wie viel hat nun jede gewonnen? Antw.: A $181\frac{2}{3}$, B $242\frac{2}{9}$, C $302\frac{7}{9}$, D $363\frac{1}{3}$ Rthlr.

# III.
# Bestimmte Aufgaben,
die
## auf reine quadratische Gleichungen führen.

Von Nr. 185 bis Nr. 199.

### A. Zur Auflösung erhält man bestimmte Gleichungen.

Von Nr. 185 bis Nr. 191.

185.

Einige Personen fragten den Wirth nach ihrer Zeche. Er sagte: wenn ein Jeder so viel Mgr. erlegt, als Personen da sind, so ist Alles bezahlt. Hiernach bekam der Wirth 4 Rthlr. Wie viel Personen waren da? Antw.: 12 Personen, von welchen also jede 12 Mgr. bezahlte.

186.

Eine Gesellschaft hatte 2 Rthlr. verzehrt, und die Person zu der Zeche so viel Pfennige gegeben, als ihrer waren. Wie viel hatte jede bezahlt? Antw.: 3 Mgr. Die Gesellschaft bestand aus 24 Personen.

187.

Man kauft für 2500 Rthlr. etliche Pferde, jedes kostet viermal soviel Rthlr., als da Pferde sind. Wie viele hat man gekauft? Antw.: 25 Pferde, von welchen also jedes 100 Rthlr. kostete.

188.

Wenn ich den zehnten Theil meines Vermögens durch sich selbst multiplicire, so kommen 419904 Rthlr. Wie groß ist mein Vermögen? Antw.: 6480 Rthlr.

189.

Nach der Fabel sollen die Hirsche 6000 Jahre leben. Ein Hirsch sagte: wenn ich dreimal so alt wäre, als ich bin, und diese Summe würde mit einem Fünftheil meines Alters multiplicirt, so kämen 6000 Jahre heraus. Wie alt war der Hirsch? Antw.: 100 Jahre.

190.

Es hat Jemand dreierlei Waaren. Das Pfund jeder Sorte kostet so viel Rthlr., als es Pfunde sind. Der zweiten Sorte ist zweimal so viel, als der ersten, und der dritten Sorte dreimal so viel, als der zweiten, der ganze Werth beträgt 256 $\frac{1}{4}$ Rthlr. Wie viel hat er von jeder Waare besonders gehabt? Antw.: A $2\frac{1}{2}$, B 5, C 15 Pfund.

191.

Etliche Kaufleute haben angelegt, Jeder 10mal so viel Rthlr., als Personen sind. Sie gewinnen mit 100 Rthlr. zweimal so viel, als ihrer sind. Wenn man ein Hundertheil des ganzen Gewinnes durch $2\frac{2}{9}$ multiplicirt, so kommt die Anzahl der Personen heraus. Wie viel Personen nahmen also Theil an dem Handel? Antw.: 15 Personen.

---

B. Bestimmte Aufgaben, die auf reine quadratische Gleichungen führen, zu deren Auflösung man unbestimmte Gleichungen erhält. (Von Nr. 192 bis 199.)

192.

Ich sagte zu einigen Armen: wenn ich einem Jeden von euch 2 Rthlr. gebe, so bekommt ihr alle mein Geld; wenn ich aber einem Jeden so viel geben wollte, als ich habe, so müßte ich 1058 Rthlr. haben. Wie viel Rthlr. hatte ich, und wie viel waren der Armen? Antw.: ich hatte 46 Rthlr., und es waren 23 Arme.

193.

Wenn zwei Personen, A und B, eine jede ihr Geld mit sich selbst multipliciren und dann addiren, so haben sie 136 Rthlr. Wenn sie aber dasselbe nach der Multiplication von einander abziehen, so bleiben nur 64 Rthlr. Wie viel hat nun jede? A 6, B 10 Rthlr.

193. a.

Es sey des A Geld $= x$, des B Geld $= y$, $y^2 + x^2 = S$, $y^2 - x^2 = D$; so ist

$$y = \frac{\sqrt{2\,(S + D)}}{2} \quad x = \frac{\sqrt{2\,(S - D)}}{2}$$

194.

Man soll zwei Zahlen finden, welche in einander multiplicirt, das Product $22\frac{1}{2}$, die eine in die andere dividirt, den Quotienten $2\frac{1}{2}$ geben. Welches sind die Zahlen? Antw.: 3 und $7\frac{1}{2}$.

Anmerk. Eine allgemeine Auflösung findet sich im Abschnitte XIX, Nr. 59.

195.

Der Quotient zweier Zahlen ist 5; die Differenz ihrer Quadrate 384. Welches sind die Zahlen? Antw.: 4 und 20.

195. a.

Allgemeine Auflösung der vorigen Aufgabe. Wenn $x/y = Q$, und $x^2 - y^2 = D$; so ist

5

$$x = Q \sqrt{\frac{D}{Q^2 - 1}} \text{ und } y = \sqrt{\frac{D}{Q^2 - 1}}$$

196.

Es haben drei Personen Geld, so oft die erste 7 Rthlr. hat, hat die andere 3, und so oft die andre 17 Rthlr. hat, hat die dritte 5. Wenn ich aber das Geld der ersten mit dem Gelde der andern, das Geld der andern mit dem Gelde der dritten, und das Geld der dritten mit dem Gelde der ersten multiplicire, hernach diese drei Producte addire, so ist die Summe 3830⅔ Rthlr. Wie viel hat jede gehabt? Antw.: A 79⅓, B 34, C 10 Rthlr.

197.

Ein Kaufmann hat eine Summe von 1200 Rthlr. angelegt, wodurch sich dies Capital in zwei Jahren um 305 7/25 Rthlr. vermehrt hat. Er verlangt zu wissen, wie viel er jährlich mit 100 Rthlrn. gewonnen? Antw.: 12 Rthlr.

198.

Zwei Bäuerinnen tragen zusammen 100 Eier auf den Markt, eine mehr als die andere, und lösen doch beide gleichviel Geld. Spricht die erste zu der andern: hätte ich deine Eier gehabt, so hätte ich 15 Gr. gelöset; die andre sagt: hätte ich deine Eier gehabt, so hätte ich daraus 6⅔ Gr. gelöset. Wie viel Eier hat nun jede gehabt? Antw.: A 40, B 60, und jede hat gelöset 10 Gr.

199.

Von zwei Personen hat eine zur Bezahlung der Zeche 5 Rthlr. zu wenig, die andere 5 Rthlr. zu viel. Als beider Vorrath durch einander multiplicirt wurde, kamen 96. Wie viel hatten sie verzehrt, und wie viel Geld hatten sie bei sich? Antw.: 11 Rthlr. war die Zeche, folgl. hatte die eine 6 Rthlr. und die andere 10 Rthlr. bei sich.

# IV.
# Bestimmte Aufgaben,
die
# auf unreine quadratische Gleichungen führen.

Von Nr. 200 bis Nr. 247.

## A. Zur Auflösung erhält man Eine bestimmte Gleichung.

Von Nr. 200 bis 215.

200.

Etliche Personen hatten 12 Stübchen Wein getrunken, wovon jedes 24 Gr. kostete. Der Wirth sagte: wenn jede 2 Gr. mehr giebt, als Personen da sind, so ist Alles bezahlt. Wie viel Personen sind da gewesen? Antwort: 16 Personen.

201.

Ein Garten ist sechs Ruthen länger, als breit; sein ganzer Inhalt beträgt 91 □Ruthen. Wie lang und breit muß er seyn? Antwort: 13 Ruthen lang und 7 breit.

202.

Ein Herr giebt für sich und seine Bedienten in einem Gasthofe jeden Tag, ich weiß nicht, wie viel Rthlr. Er ist sechs Tage mehr da gewesen, als er für jeden Tag Rthlr. giebt. Am Ende bezahlt er 135 Rthlr. Wie viel Tage ist er da gewesen, und wie viel Rthlr. hat er für jeden Tag bezahlt? Antwort: 15 Tage war er da und zahlte täglich 9 Rthlr.

203.

Ein Mann wurde gefragt, wie viel Ochsen er habe? Er antwortete: Wenn ich die Anzahl derselben durch sich selbst multiplicire, so kommen 32 mehr, als wenn ich diese Anzahl durch 35 multiplicire, und zum Producte die Anzahl selbst und 800 addire. Wie viel waren der Ochsen? Antw.: 52 Ochsen.

204.

Man kauft ein Pferd für etliche Rthlr., verkauft dasselbe wieder für 119 Rthlr. und gewinnt an hundert so viel Rthlr., als das Pferd gekostet hat. Wie theuer ist es eingekauft? Antwort: für 70 Rthlr.

205.

In einer Stadt finden sich eine Anzahl Häuser. Wenn man 55 dazu addiret, und 45 davon subtrahiret, und dann die Summe mit dem Reste multipliciret, so kommen 900000 Häuser. Wie viel sind also derselben? Antw.: 945 Häuser.

206.

Drei Künstler arbeiten bei einem Herrn, jeder so viel Tage, als ihnen, einem jeden täglich Gulden versprochen sind, doch hat B täglich einen Gulden mehr, als A, und C täglich einen Gulden mehr, als B. Insgesammt werden ihnen aber 245 Gulden ausgezahlt. Wie viel Tage hat ein Jeder insbesondere gearbeitet? Antwort: A verdiente in 8 Tagen 64 Rthlr., B in 9 Tagen 81 Rthlr., C in 10 Tagen 100 Rthlr.

207.

Zwei Hauptleute ließen unter ihre Soldaten ein jeder 1200 fl. Beute austheilen. Der letzte hatte 40 Mann weniger, als der erste, und daher bekam auch ein jeder seiner

Soldaten 5 fl. mehr, als einer der ersten. Wie viel Soldaten hatte jeder Hauptmann, und was bekam ein jeder? Antwort: der erste Hauptmann hatte 120 Soldaten, wovon jeder 10 fl. bekam; der andere deren nur 80, wovon jeder 15 fl. erhielt.

208.

Ein Rechenmeister gab seinem Schüler zwei Zahlen zu multipliciren, von welchen die eine um 75 größer war, als die andere. Nach verrichteter Multiplication mußte der Schüler die Probe machen, und das Product mit dem kleinen Factor dividiren, der Quotient war 227, und 113 blieben übrig. Der Lehrmeister fand nun, daß falsch multiplicirt war, und befahl, den Fehler zu verbessern. Als der Schüler den Fehler gefunden hatte, sagte er, er hätte im Multipliciren nur Einen ausgelassen; nein, sagte der Lehrmeister, nicht 1, sondern 1000. Was für Zahlen mußte der Schüler multipliciren? Antw.: 159 durch 234.

209.

Ein Gutsbesitzer hat einen Kamp Landes, der 60 Morgen, jeden zu 120 □Ruthen, enthält, derselbe ist viermal so lang als breit, und noch 20 Ruthen drüber. Wie lang und wie breit ist also das Feld? Antw.: 180 Ruthen lang und 40 Ruthen breit.

210.

Ein Rathhaus hat im Untergeschoß etliche Stuben, wenn ich die Zahl derselben weniger 5, mit ihr selbst weniger 6 multiplicire, so kommen 3 mehr, als Stuben sind. Wie viel Stuben sind es? Antw.: 9 Stuben.

211.

Doris wird gefragt, wie groß das Capital sey, das sie zu fünf pC. verliehen habe? Sie antwortet: wenn du den achten Theil des Capitals durch die zweijährigen Zinsen des ganzen Capitals multiplicirst, und zum Producte 15 addirst, so erhältst du die Größe des Capitals. Wie groß ist das Capital? Antw.: 20 oder 60 Rthlr.

212.

Man kauft so viel Pfunde Waaren, als man für ein Pfund Groschen bedungen hat; wegen gleich baarer Bezahlung aber, zieht man auf jedes Pfund einen Groschen ab. Die Bezahlung ist nun 1190 Gr. Wie viel Pfunde Waare hat man gekauft? Antw.: 35 Pfund.

213.

Ein Kirchthurm ist ein Jahr eher, als das Rathhaus erbauet worden. Wenn man beide Jahrzahlen mit einander multipliciret, so kommen 2419580. In welchem Jahre ist der Kirchthurm aufgeführt? Antw.: im Jahre 1555.

214.

Eine gewisse Waare wird in Hamburg mit so viel pC. Gewinn verkauft, als das Pfund im Einkauf gekostet. Man empfängt aber nun für jedes Pfund 6 Mk. 10 ß. 3 Pf. Wie viel hat also das Pfund im Einkaufe gekostet? Antw.: 6 ¼ Mk.

215.

Es hat Jemand zwei Zahlen, wovon die eine um sieben größer ist, als die andere: wenn man nun 100 durch jede dieser Zahlen dividiret, und die Quotienten addiret, so kommen 43 ⅓. Welche Zahlen müssen das seyn? Antw.: 3 und 10.

B. Bestimmte Aufgaben, die auf unreine quadratische Gleichungen führen, zu deren Auflösung man unbestimmte Gleichungen erhält. (Nr. 216 bis 238.)

216.

Es will Jemand eine Schuld von 1000 Rthlrn. dergestalt abtragen, daß er 5 Rthlr. monatlich mehr bezahlt, als im vorigen Monat. Im letzten Monat tilgt er die ganze Schuld durch den letzten Abtrag von 100 Rthlrn. Wie viel Monate zahlte er so? Antw.: 16 oder 25 Monate. (Nr. 106, Form. 12.)

217.

Einer kauft eine gewisse Anzahl Tücher, das erste für 2 Rthr., das andere für 4 Rthlr., das dritte für 6 Rthlr., und immer 2 Rthlr. mehr für das folgende, und bezahlt für alle Tücher 110 Rthlr. Wie viel sind der Tücher gewesen? Antw.: 10 Stück. (Nr. 106, Form. 16.)

218.

Die Summe von den unmittelbar auf einander folgenden ungeraden Zahlen, von welchen die erste 9 ist, beträgt 240. Wie groß ist die letzte? Antw.: 31. (Nr. 106, Form. 20.)

219.

Um einen Brunnen zu graben, verdingt man jeden tiefer liegenden Fuß 6 Ggr. mehr, als den vorhergehenden. Das Arbeitslohn für den am tiefsten liegenden Fuß beträgt hiernach $10\frac{1}{4}$ Rthlr. und das ganze Arbeitslohn 215 Rthlr. Wie viel Arbeitslohn kostet der erste Fuß? Antw.: $\frac{1}{2}$ Rthlr. (Nr. 106, Form. 20.)

220.

Man hat acht Zahlen, die in arithmetischer Progression stehen. Werden die beiden mittelsten addirt, so kommen 34. Wird aber die erste und letzte mit einander multiplicirt, so kommen 93. Welches sind die Zahlen? Antwort: 3, 7, 11, 15, 19, 23, 27, 31.

220. a.

Wenn x das erste Glied dieser Progression, n die Anzahl der Glieder, S die Summe der mittlern Glieder, P das Product des ersten und letzten Gliedes, welches sind die Glieder der verlangten Progression? Antwort: Es ist

$$x = \frac{S \mp \sqrt{(S^2 - 4P)}}{2}$$

$$\text{und } d = \pm \frac{\sqrt{S^2 - 4P}}{n - 1}$$

woraus die Glieder gefunden werden können.

221.

Es sind sieben Zahlen in einer arithmetischen Progression, wovon die größte Zahl 33 ist. Wenn man die beiden kleinsten mit einander multiplicirt, so giebt $\frac{1}{5}$ des Products und noch 28 so viel als die Summe aller Zahlen. Welches ist die Differenz dieser Progression? Antw.: 2.

222.

Die Summe dreier Zahlen einer geometrischen Progression ist 105, ihr Product 8000. Welches sind die Zahlen? Antw.: 5, 20, 80.

223.

Ich habe eine arithmetische und geometrische Progression, jede von drei Gliedern; die Summe aller sechs Glieder beträgt 96. Die erste Zahl der arithmetischen ist in der ersten Zahl der geometrischen Progression zweimal; die zweite Zahl der arithmetischen in der zweiten Zahl der geometrischen Progression dreimal; und die dritte Zahl der arithmetischen in der dritten Zahl der geometrischen Progression sechsmal enthalten. Welches sind die Zahlen? Antw.: Die Zahlen der arithmetischen Progression sind 3, 6, 9; die Zahlen der geometrischen Progression 6, 18, 54.

224.

Die Summe zweier Zahlen ist 35, und die Summe ihrer Quadrate 625. Was sind das für Zahlen? Antw.: 20 und 15.

Anmerk. Hiezu und zur folgenden Aufgabe findet sich eine allg. Formel unter Nr. 61 des Abschn. XIX.

225.

Man verlangt zwei Zahlen, deren Summe 16 und deren Quadrate zusammen 130 ausmachen. Welches sind sie? Antw.: 9 und 7.

226.

Wenn wir beide unser Geld zusammenwerfen, so können wir einen Garten für 92 Rthlr. miethen, wenn wir aber unser Geld mit einander multipliciren, so können wir ihn für 672 Rthlr. kaufen. Wie viel Geld hat ein Jeder von uns? Antw.: der Eine 84 und der Andere 8 Rthlr.

Anmerk. Eine allgemeine Formel dieser und der beiden folgenden Aufgaben findet sich im Abschn. XIX, Nr. 55.

227.

Ein Prinz fragte seinen Hofmeister um sein Alter, und erhielt zur Antwort: wenn Sie Ihr eigenes und Ihres Vaters Alter mit einander multipliciren, so bekommen Sie 1176; wenn sie aber beider Alter addiren, so beträgt die

Summe 77 Jahre. Wie alt war der Prinz und der Vater. Antw.: 21 Jahre der Prinz, und 56 Jahre der Vater.

228.

Die Summe zweier Zahlen ist 20, ihr Product 96. Welches sind die Zahlen? Antw.: 8 und 12.

229.

Man soll zwei Zahlen finden, deren Differenz 8 ist. Wenn von der größern 8 subtrahiret, und zu der kleinern 6 addirt werden, und die Summe wird dann mit dem Reste multiplicirt, so sollen 352 kommen. Welches sind beide Zahlen? Antw.: 16 und 24.

230.

Einer kauft etliche Tücher für 180 Rthlr. Wären der Tücher 3 mehr gewesen für eben das Geld, so wär' ihm das Stück um 3 Rthlr. wohlfeiler gekommen. Wie viel sind es Tücher gewesen? Antw.: 12 Tücher.

231.

Zwei Kaufleute, A und B, verkaufen einige Ellen Zeug, der andere 3 Ellen mehr, als der erste, und lösen zusammen 35 Rthlr. Der erste spricht zum andern: hättest du dein Zeug so theuer wie ich das meinige verkauft, so hättest du daraus 24 Rthlr. gelöset. Der Andere antwortet: alsdann hättest du aus deinem gelöset $12\frac{1}{2}$ Rthlr. Wie viel Ellen hat nun Jeder gehabt? Antw.: A 15 oder 5, B 18 oder 8.

232.

Eine Mutter beschenkte jede ihrer vier Töchter mit einer Anzahl Rthlr., doch also, daß sie mehr erhalten, so wie sie älter sind, und es steht, was sie erhalten, in einer geometrischen Progression. Wird die größte Zahl zur klein=

sten addirt, so kommen $17\frac{1}{2}$, werden alle Zahlen mit einander multiplicirt, so kommen 2916. Wie viel hat jede Tochter erhalten? Antw.: A $13\frac{1}{2}$, B 9, C 6 und D 4 Rthlr.

233.

Von zwei Zahlen ist die eine um 5 größer, als die andere, die Summe der Quadrate beider Zahlen ist 73. Welches sind die Zahlen? Antw.: 3 und 8.

Anmerk. Eine allgemeine Auflösung findet sich unter Nr. 62 des XIXten Abschnitts.

234.

Ein Schüler hat zwei Bücher gekauft, und auf die Frage, wie viel sie kosteten, antwortet er: für beide zusammen habe ich 2 Rthlr. 3 Gr. bezahlt. Und wenn ich die Pfennige, so das erste unter einem Rthlr. kostet, mit der Differenz der Kosten beider Bücher multiplicire, so kommen 13376. Wie viel hat jedes Buch besonders gekostet? Antw.: das erste 26 Gr. 4 Pf., das andere 1 Rthlr. 12 Gr. 4 Pf.

235.

Ein Lehrer hat drei Klassen von Schülern. Einer aus der mittlern Klasse giebt vierteljährig 3 Rthlr. mehr, als einer aus der untersten; einer aus der höchsten Klasse aber 5 Rthlr. mehr, als aus der mittlern. In der untersten Klasse sind 11 mehr, als in der mittlern, und in der mittlern 11 mehr, als in der höchsten. Ueberhaupt sind in der höchsten Klasse $1\frac{1}{5}$mal so viel Schüler, als einer in der untersten Klasse vierteljährig Rthlr. giebt. Der Lehrer erhält im Vierteljahre von Allen 73mal so viel Rthlr., als einer von den untersten giebt. Wie viel Schüler mögen wohl überhaupt, und in jeder Klasse gewesen seyn?

Antwort: überhaupt 51 Schüler; 6 in der ersten, 17 in der zweiten und 28 in der dritten Klasse.

236.

Ein Mathematiker bestimmt die Höhe eines Thurms, so daß, wenn man 106 Fuß davon abzieht, oder 1009 Fuß dazu thut, jedesmal eine Cubiczahl komme, deren Wurzeln um 5 verschieden sind. Wie hoch war der Thurm? Antw.: 322 Fuß.

237.

Von zwanzig Personen verzehren die Männer 24 Gr. und so viel auch die Frauen. Nun findet sich, daß der Mann einen Groschen mehr verzehrt habe, als eine Frau. Wie groß war die Anzahl der Männer und die der Frauen? Antw.: 8 Männer und 12 Frauen.

238.

Zwei Personen haben ein Capital von 200 Rthlrn. zu einem Handel zusammengebracht, die erste läßt ihr Geld 4 Monate darin, und zieht darauf mit der Einlage und dem Gewinne zusammen 176 Rthlr.; die andre hatte ihr Geld nur 3 Monate im Handel, und mit Einlage und Gewinn zusammen 228 Rthlr. gezogen. Wie viel hat jede angelegt? Antw.: die erste 80 und die andere 120 Rthlr.

# V.

# Bestimmte Aufgaben,

die

# auf reine cubische Gleichungen führen.

Von Nr. 239 bis Nr. 249 a.

## A. Zur Auflösung erhält man eine bestimmte Gleichung.

Von Nr. 239 bis 245.

239.

Ein Gärtner hatte etliche Gärten, in jedem derselben standen so viele tragbare Bäume, als der Gärten waren; er verkaufte die Früchte von jedem Baume für so viele Rthlr., als er Gärten hatte. Für Alles hatte er 4096 Rthlr. empfangen. Wie viel waren Gärten da? Antw.: 16.

240.

Wenn ich das Quadrat der Anzahl meiner Rthlr. mit $\frac{1}{4}$ derselben multiplicire, so kommen 432 Rthlr. Wie viel Rthlr. habe ich? Antw.: 12 Rthlr.

241.

Man fordert drei Zahlen, die in geometrischer Progression stehen, deren Exponent 2 ist. Wenn die dritte quadriret, und mit der ersten multipliret wird, so kommen 432. Welches müssen die Zahlen seyn? Antw.: 3, 6, 12.

242.

Einige Hauptleute liegen zu Felde, jeder hat unter sich dreimal so viel Reiter, und zwanzigmal so viel Fuß=

gänger, als Hauptleute da sind; ein Reiter bekommt monatlich so viel Gulden, als Hauptleute da sind; ein Fußgänger halb so viel Gulden. Der monatliche Sold für alle Reiter und Fußgänger beträgt 13000 Gulden. Wie viel Hauptleute müssen es seyn? Antw.: 10 Hauptleute, woraus die übrigen der in der Aufgabe vorkommenden unbekannten Größen leicht zu berechnen sind.

243.

Zu einer Reise sind einige Rthlr. bestimmt. Die Hinreise kostet $\frac{1}{4}$ dieser Rthlr., die Rückreise $\frac{1}{3}$, der Ort des Aufenthalts $\frac{1}{3}$. Diese Theile in einander multiplicirt, giebt 9216 Rthlr. Wie viel Rthlr. sind zu der Reise bestimmt? Antw.: 96 Rthlr.

244.

Wenn ich $\frac{1}{2}$, $\frac{2}{3}$ und $\frac{3}{4}$ meines Capitals mit einander multiplicire, so kommen 54000 Rthlr. Wie stark muß das Capital seyn? Antw.: 60 Rthlr.

245.

Ein Stadtgraben soll viermal so breit als tief, und achtmal so lang als breit seyn. Jede 8 cubische Ellen herauszubringen, sind um $1\frac{1}{2}$ Rthlr. verdungen; und insgesammt wird $273\frac{3}{8}$ Rthlr. bezahlt. Wie tief, wie breit und wie lang muß dieser Graben werden? Antw.: $\frac{9}{4}$ Ellen tief, 9 Ellen breit und 72 Ellen lang.

B. Bestimmte Aufgaben, die auf reine cubische Gleichungen führen, zu deren Auflösung man unbestimmte Gleichungen erhält. (Von Nr. 246 bis 249 a.)

246.

Etliche Kaufleute machen eine Handlungs-Gesellschaft, wozu jeder hundertmal so viel einlegt, als ihrer sind. Sie gewinnen allemal mit hundert Gulden zweimal so viel, als ihrer sind; der Gewinn beträgt 2662 Gulden. Wie viel sind der Kaufleute? Antw.: 11 Kaufleute.

247.

Eine Bäuerin vertauscht Enten gegen Hühner, und giebt allemal zwei Enten für drei Hühner. Die Hühner legen Eier, jedes 1/3 so viel, als da Hühner sind. Mit denselben geht sie zu Markte, giebt allemal 9 Eier für so viel Pfennige, als ein Huhn Eier gelegt hat, und löset 72 Pfennige. Wie viel Enten hat die Bäuerin vertauscht? Antw.: 12 Enten gegen 18 Hühner.

248.

Von zwei Zahlen giebt das Quadrat der größern durch die kleinere multiplicirt 48, und das Quadrat der kleineren multiplicirt durch die größere 36. Welches sind die Zahlen? Antw.: 3 und 4.

248. a.

Ist die größere Zahl x, die kleinere y und $x^2 y = G$, $y^2 x = K$; so ist

$$x = \sqrt[3]{\frac{G^2}{K}} \text{ und } y^2 = \sqrt[3]{\frac{K^2}{G}}$$

249.

Ich habe drei Zahlen; wenn ich das Quadrat der ersten Zahl mit der zweiten Zahl multiplicire, so kommen 36. Wenn ich das Quadrat der zweiten Zahl mit der dritten Zahl multiplicire, so kommen 80. Und wenn ich das Quadrat der dritten Zahl mit der ersten multiplicire, so kommen 75. Welches sind die drei Zahlen? Antw.: 3, 4 und 5.

249. a.

Wenn die zu suchenden Zahlen der vorhergegangenen Aufgaben x, y und z sind, und es ist $x^2 y = P$; $y^2 z = Q$; $z^2 x = R$; so ist

1. $x = \sqrt[9]{\frac{P^4 R}{Q^2}} = \sqrt[3]{\left(\sqrt[3]{\frac{P^4 R}{Q^2}}\right)}$ und durch

Logarithmen $= 3 \left(\frac{4 L P + L R - 2 L Q}{9}\right)$

2. $y = \sqrt[9]{\frac{Q^4 P}{R^2}} = \sqrt[3]{\left(\sqrt[3]{\frac{Q^4 P}{R^2}}\right)}$ u. durch

Logarithmen $= 3 \left(\frac{4 L Q + L P - 2 L R}{9}\right)$

3. $z = \sqrt[9]{\frac{R^4 Q}{P^2}} = \sqrt[3]{\left(\sqrt[3]{\frac{R^4 Q}{P^2}}\right)}$ u. durch

Logarithmen $= 3 \left(\frac{4 L R + L Q - 2 L P}{9}\right)$

# VI.

# Bestimmte Aufgaben,

die

## auf unreine cubische Gleichungen führen.

Von Nr. 250 bis Nr 254.

250.

Etliche Personen fangen einen Handel an; jede von ihnen giebt dazu zehnmal so viel Rthlr., als der Personen sind, und gewinnen mit jedem Hundert 6 Rthlr. mehr, als ihrer sind. Ihr Gewinn beträgt 392 Rthlr. Wie viel sind der Personen gewesen? Antw.: 14 Personen.

251.

A sagte zu B: ich habe nur 12 Rthlr. mehr, als du, aber wenn man das Product unsers Geldes mit der Summe unsers Geldes multiplicirt, so kommen 14560. Wie viel Rthlr. haben beide gehabt? Antwort: A 26 und B 14 Rthlr.

252.

Einige Kaufleute haben zusammen ein Capital von 8240 Rthlr. Dazu legt ein Jeder noch 40mal so viel Rthlr., als da Personen sind. Mit dieser ganzen Summe gewinnen sie so viel pC., als der Personen sind. Hierauf theilen sie den Gewinn, und es findet sich, nachdem ein Jeder 10mal so viel Rthlr. genommen, als ihrer sind, daß noch 224 Rthlr. übrig bleiben. Wie viel sind der Personen gewesen? Antw.: 7, oder 8, oder 10.

253.

Es entstand ein Streit zwischen zwei Schwestern über ihr Alter. Die ältere sagte: wenn ich die Zahl meiner Jahre quadrire, und zu dem Producte mein Alter und noch 100 Jahre addire, so kommt die Jahreszahl meines Geburtsjahrs. Die jüngere erklärte sich: wenn ich die Zahl meiner Jahre cubire, und davon das Quadrat der Jahre meines Alters subtrahire, und zu solcher Differenz 380 addire, so kommt die Zahl des Jahres, in welchem ich geboren bin, zweimal genommen. Und wenn die Jahrszahl der Geburt meiner Schwester von der Jahrszahl meiner Geburt abgezogen wird, und der Rest wird dann noch um 10 Jahre vermindert, so kommt die Summe meiner Lebensjahre. Wie alt ist jede dieser beiden Schwestern gewesen? Antwort: die ältere 40, die jüngere 15 Jahre.

254.

Ich zapfte von einem Fasse Wein 4 Stübchen, und goß dafür so viel Wasser hinein. Von diesem vermischten Weine nahm ich wieder 4 Stübchen, und goß dafür so viel Wasser zu. Eben das that ich zum dritten Male, und fand, daß nun 2½ Stübchen mehr Wasser als Wein im Fasse sein. Wie viel ist daher anfangs im Fasse gewesen? Antwort: 16 Stübchen.

# VII.
# Bestimmte Aufgaben,
die
# auf biquadratische und auf Gleichungen höherer Grade führen.

Von Nr. 255 bis Nr. 261.

## A. Auf biquadratische Gleichungen, die sich auf quadratische bringen lassen.

Von Nr. 255 bis Nr. 258.

255.

Eine Mauer ist 3 ½mal so hoch, als dick, und 5mal so lang, als hoch. Jeder Cubicfuß kostet so viel Rthlr., als die Dicke Fuß hat, und die ganze Mauer 980 Rthlr. Wie dick, lang und hoch ist die Mauer? Antwort: 2 Fuß dick, 7 Fuß hoch und 35 Fuß lang.

256.

Wenn von dem Quadrate der Anzahl der Eimer eines Fasses 8052 subtrahirt werden, und diese Differenz multiplicirt wird durch jenes Quadrat, wenn dazu zuvor 8025 addirt worden, so kommen 419872000000 Eimer. Wie viel Eimer hielt das Faß? Antw.: 805 Eimer.

257.

Es hat Jemand einige Arbeitsleute, von welchen Jeder täglich so viel Groschen bekommt, als ihrer sind, und so viel Tage arbeitet, als sie insgesammt täglich Groschen be-

6*

kommen, weniger einen Tag. In dieser Zeit verdienen sie insgesammt 180 Rthlr., den Rthlr. zu 36 Gr. gerechnet. Wie viel sind der Arbeitsleute gewesen, und wie lange haben sie gearbeitet. Antw.: 9 Arbeitsleute, die 80 Tage gearbeitet haben.

258.

Einer hat zweierlei Sorten Thee, und findet, wenn er jedes Pfund der ersten um so viel Rthlr. verkauft, als der zweiten Pfunde sind, so kann er 98 Rthlr. lösen. Da er aber jede besonders, jedes Pfund um so viele Rthlr. verkauft, als es Pfunde sind: so bekommt er 245 Rthlr. Wie viele Pfunde sind von der ersten und wie viele von der andern vorhanden? Antwort: 7 von der ersten und 14 Pfd. von der andern.

---

## B. Bestimmte Aufgaben, die auf biquadratische Gleichungen führen, aber sich auf quadratische nicht bringen lassen. (Von Nr. 259 bis 261.)

259.

Vier Personen haben eine ungleiche Summe Geldes. B hat 1 Rthlr. mehr, als A; C 1 Rthlr. mehr, als B, und D 1 Rthlr. mehr, als C. Aller Geld mit einander multiplicirt, weniger 176, bringt eine Quadratzahl, deren Wurzel die Hälfte der subtrahirten Zahl ist. Wie viel hat jede? Antwort: A 8, B 9, C 10, D 11 Rthlr.

260.

Die Summe zweier Zahlen ist 63. Die größte durch die kleinste getheilt, den Quotient wieder mit der größten multiplicirt, zu dem Producte 20¼ addirt, bringt eine Cubiczahl, deren Wurzel eins weniger ist, als der siebente Theil von der größten Zahl. Welches sind die Zahlen? Antw.: 35 und 28.

---

## C. Bestimmte Aufgaben, die auf Gleichungen führen, die höher, als biquadratische sind. (Nr. 261.)

261.

Man soll zwei Zahlen finden, deren Product 36 ist, und die Summe der Quadrate, multiplicirt mit der Summe der Zahlen 1261 bringet. Welches sind die Zahlen? Antw.: 4 und 9.

# VIII.
# Unbestimmte Aufgaben,
## mit zwei unbekannten Größen, zu deren Auflösung nur Eine einfache Gleichung gegeben wird.

Von Nr. 262 bis 277 a.

262.

Zwei ganze positive Zahlen von der Beschaffenheit zu finden, daß 12 herauskomme, wenn ihre Summe zu ihrer Differenz addirt wird.

Es ist $x = 6,\ 6,\ 6,\ 6,\ 6,\ 6.$

$y = 1,\ 2,\ 3,\ 4,\ 5,\ 6.$

263.

Zwei ganze positive Zahlen, x und y, zu finden, daß wenn die eine zum Quadrat der andern addirt wird, ein Quadrat entstehe, dessen Wurzeln die Differenz beider Zahlen sei.

Es kann seyn $y = 1,\ 2,\ 3,\ 4$ u. s. f. alle Zahlen von der Form. $n + 1$.

$2\,y + 1 = x = 3,\ 5,\ 7,\ 9$ u. s. f. alle Zahlen von der Form. $2\,n + 3$.

Anmerk. 1. In diesen Formen kann für n eine jede ganze Zahl, selbst o, angenommen werden, wenn nur dadurch die gesuchte Zahl weder o, noch negativ wird.

Anmerk. 2. Für die zusammen gehörenden Zahlen, z. B. für

1 und 3, 2 und 5 u. s. f. muß n in beiden Formen gleich angenommen werden.

Anmerk. 3. Die Formen für diese arithmetische Progression können gefunden werden, wenn das erste Glied = a und der Denominator = d bekannt sind. Denn alsdann ist die Formel

für die wachsende arithm. Progression $d\,n + a$.

" " abnehmende " " $a - d\,n$.

264.

§ 26 a. Zahlen zu finden, die sowohl durch 7, als durch 15 theilbar sind.

Diese Zahlen liegen in der arithmetischen Progression 105, 210, 315 u. s. f. alle Zahlen von der Form 105 n.

265.

§ 27 a. Zahlen zu finden, die, wenn sie durch 4 und durch 11 getheilt werden, einen Ueberrest von 2 lassen.

Diese Zahlen liegen in der arithmetischen Progression 46, 90, 134 u. s. f. alle Zahlen von der Form $2\,(23 + 22\,n)$.

266.

Es kauft Jemand eine kleine Heerde fettes Vieh, Ochsen und Kühe, für 464 Rthlr. Einen Ochsen zu 24 Rthlr. und eine Kuh zu 16 Rthlr. Wie viel hat er Ochsen und Kühe erhalten? Antw.:

Es konnten seyn

Ochsen 2, 4, 6, 8, 10, 12, 14, 16, 18. Zahlen von der Form $2\,(n + 1)$.

Kühe 26, 23, 20, 17, 14, 11, 8, 5, 2. Zahlen von der Form $26 - 3\,n$.

Man sehe hier die Anmerk. 1 zu Nr. 263.

267.

Zwei Bäuerinnen haben zusammen 100 Eier. A spricht: wenn ich die meinigen bei 8 zähle, so bleiben 7 übrig; B spricht: wenn ich die meinigen bei 10 zähle, so bleiben auch 7 übrig. Wie viel konnte jede gehabt haben? Antwort: Es konnte haben A 63 oder 23. B 37 oder 77.

268.

Man suche Zahlen, welche durch 6 dividirt 2, durch 13 dividirt aber 3 übrig lassen. Welches können die Zahlen seyn? Antw.: Diese Zahlen liegen in der arithmetischen Progression 68, 146, 224, 302 u. s. w. alle Zahlen von der Form 2 (34 + 39 n.)

269.

§ 28. Zahlen zu finden, die durch 8 getheilt aufgehn, durch 9 getheilt aber 7 zum Ueberrest geben. Die Zahlen liegen in der arithmetischen Progression 16, 88, 160 u. s. f. alle Zahlen v. d. F. 8 (2 + 9 n).

270.

§ 29. Zahlen zu finden, die durch 9 getheilt aufgehn, durch 8 getheilt aber 7 zum Ueberrest geben. Die Zahlen liegen in der arithmetischen Progression 63, 135, 207 u. s. f. alle Zahlen v. d. F. 9 (7 + 8 n).

271.

Ein Amtmann kauft Pferde und Ochsen, zusammen für 1770 Rthlr.; bezahlt für ein Pferd 31 Rthlr., für einen Ochsen 21 Rthlr. Wie viel Pferde und Ochsen konnten es seyn? Antw.:

Es konnten seyn Pferde 9, 30, 51. Zahlen von der Form 3 (3 + 7 n).

Es konnten seyn Ochsen 71, 40, 9. Zahlen von der F. $71 - 31\,n$, wo also $n < 3$ seyn muß.

272.

Jemand kauft Pferde (y) und Ochsen (x), zahlt für ein Pferd 31 Rthlr., für einen Ochsen aber 20 Rthlr., und es findet sich, daß die Ochsen insgesammt 7 Rthlr. mehr gekostet haben, als die Pferde. Wie viel sind es Ochsen und Pferde gewesen? Antwort:

$x = 5, 36, 67, 98$ u. s. f. alle Zahlen v. der Form $5 + 31\,n$.

$y = 3, 23, 43, 63$ u. s. f. alle Zahlen v. der Form $3 + 20\,n$.

273.

§ 34. Man soll 101 in zwei Theile theilen, daß sich der eine durch 7, der andere durch 11 theilen lasse, welches sind die Theile? Antw.: der eine Theil ist 35 und der andere 66.

273. a.

Es sollen 100 Rthlr. in Pistolen und Dukaten bezahlt, die Pistole zu 5 Rthlr. und der Dukaten zu 3 Rthlr. gerechnet werden. Wie viel kann man dazu von jeder dieser Münze nehmen? Antw.:

von den Pistolen 2, 5, 8, 11, 14, 17. Zahlen v. der Form $3\,n + 2$.

— — Dukaten 30, 25, 20, 15, 10, 5. Zahlen v. d. Form $5\,(6 - n)$ wo $n < 6$.

274.

Man suche Zahlen, die durch 39 dividirt 16, und durch 56 dividirt 27 übrig lassen. Welches werden die Zahlen seyn? Antwort: Sie liegen in der arithmetischen

Progression 1147, 3331, 5515 u. s. f. alle Zahlen v. d. Form 2184 n + 1147.

275.

§ 33. Man suche Zahlen, die durch 20 getheilt aufgehn, aber durch 29 getheilt einen Ueberrest von 6 geben. Welches sind die Zahlen? Antw.: Sie liegen in der arithmetischen Progression 180, 760, 1340 u. s. f. alle Zahlen v. d. Form 20 (29 n + 9).

276.

Unter zwei Familien, wovon die eine aus sieben, die andere aus eilf Personen besteht, sollen 100 Rthlr. so vertheilt werden, daß jede Person in einer Familie eine gleiche Anzahl Rthlr. bekommt. Wie viel wird in jeder Familie vertheilt werden müssen? Antw.: in der ersten 56, in der zweiten 44 Rthlr.

277.

§ 36. Zwei Zahlen (x und y) von der Beschaffenheit zu finden, daß, wenn man zu der ersten 2 addirt, das Achtfache dieser Summe das Fünffache der andern sei.

Beide Zahlen liegen in den arithm. Progressionen:

x in der Progr. 3, 8, 13 u. s. f. alle Zahlen von der Form 5 n + 3.

y in der Progr. 8, 16, 24 u. s. f. alle Zahlen von der Form 8 (n + 1).

277. a.

Es hatte Jemand zwei Fässer Wein, im ersten x und im andern y Quartier. Aus dem ersten verdoppelte er das im zweiten, aus diesem nach der Verdoppelung verdoppelte er das, was noch im ersten zurückgeblieben war, und so verdoppelte er abermals aus dem erstern das im zweiten, worauf sich in jedem Fasse gleichviel befand. Was konnte anfänglich in jedem Fasse enthalten seyn? Antw.: Es konnte seyn

$x = 11, 22, 33$ u. s. f. alle Zahlen von der Form $11\,n$.

und $y = 5, 10, 15$ u. s. f. alle Zahlen von der Form. $5\,n$.

# IX.

## Unbestimmte Aufgaben,

### mit drei unbekannten Größen, zu deren Auflösung zwei einfache Gleichungen gegeben werden.

Von Nr. 278 bis Nr. 290.

278.

§ 40. Drei Zahlen von folgenden Eigenschaften zu bestimmen. Zieht man von dem 20fachen der erstern das 21fache der zweiten ab, so kommen 38; addirt man aber das 3fache der zweiten zum 4fachen der dritten, so entsteht 34. Welches sind die Zahlen? Antw.: 4, 2, 7.

279.

§ 42. Die unbekannten Zahlen x, y und z zu bestimmen, deren Eigenschaften durch die Gleichungen

$26\,x + 25\,z = 203$ und

$15\,y + 26\,z = 265$ angegeben werden.

Es ist $x = 3$; $y = 9$; $z = 5$.

280.

§ 46. Von drei Ringen x, y und z, verhält sich der Werth der beiden ersteren zu den der beiden letzteren, wie sich 9 zu 11 verhält; wär' aber der erste Ring 6 Rthlr. und der letzte 10 Rthlr. theurer; so würden sich diese beiden zu einander verhalten wie 7 zu 10. Was kosteten die Ringe? Antw.:

$x = 8, 22, 36, 50$ u. s. f. alle Zahlen der Form
$2(7n + 4)$.

$y = 1, 14, 27, 40$ u. s. f. alle Zahlen der Form
$13n + 1$.

$z = 10, 30, 50, 70$ u. s. f. alle Zahlen der Form
$10(2n + 1)$.

281.

§ 47. Drei Zahlen, x, y und z, von der Beschaffenheit zu finden, daß, wenn man zu dem 3fachen der erstern das 5fache der zweiten addirt, und das Doppelte der letztern abzieht, 312 kommen. Addirt man aber zum 4fachen der erstern das 3fache der zweiten, und zieht auch hier das Doppelte der dritten ab, so kommen 174. Die zu findenden Zahlen sind

für $x = 2, 6, 10$ u. s. f. alle Zahlen von der Form
$2(2n + 1)$.

$y = 70, 72, 74$ u. s. f. alle Zahlen von der Form
$2(n + 35)$.

$z = 22, 33, 44$ u. s. f. alle Zahlen von der Form
$11(n + 2)$.

282.

§ 48. Drei Zahlen, x, y und z von der Beschaffenheit zu finden, daß das 4fache der erstern, das 3fache der zweiten, und das zwiefache der letztern addirt 100; zum 3fachen der erstern das 5fache der zweiten addirt, und das Doppelte der letztern davon abgezogen 80 geben. Es ist $x = 12$, $y = 12$, $z = 8$.

283.

§ 49. Dreißig Stück Vieh kosten 30 Rthlr., ein Schwein 3 Rthlr., ein Kalb 1 Rthlr., und eine Gans

$\frac{1}{4}$ Rthlr. Wie viel Stück sind von jeder Art angekauft? Antw.: Schweine 3 oder 6,
Gänse 8 oder 16,
Kälber 19 oder 8.

284.

§ 50. Dreißig Personen, Männer, Frauen und Kinder, verzehren 50 Rthlr., wozu der Mann 3 Rthlr., die Frau 2 Rthlr., und das Kind 1 Rthlr. bezahlt. Wie viel Personen waren von jeder Art da? Antw.:

der Männer 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9,
Zahlen von der Form $n + 1$;

der Frauen 18, 16, 14, 12, 10, 8, 6, 4, 2,
Zahlen von der Form $18 - 2n$;

der Kinder 11, 12, 13, 14, 15, 16, 17, 18, 19,
Zahlen von der Form $n + 11$.

285.

Zwanzig Personen, Männer, Frauen und Jungfrauen haben verzehrt 2 Rthlr.; jeder Mann gab 6 Gr., jede Frau 2 Gr. 4 Pf., jede Jungfrau 1 Gr. 4 Pf. Wie viel Männer, Frauen und Jungfrauen sind bei einander gewesen? Antwort: 8 Männer, 6 Frauen und 6 Jungfrauen.

286.

Ein Münzmeister hat einige Stück Silber, jedes 1 Mark schwer an Gewicht. Einige (x) sind 14löthig, andere (y) sind 11löthig, noch andere (z) sind 9löthig. Nun soll er eine Masse, 10 Mk. schwer, verarbeiten, die 12löthig ist. Wie viel muß er von jeder Sorte nehmen? Antw.:

Es ist $x = 12, 14, 16,$

$y = 15,\ 10,\ \ 5,$
$z = \ \ 3,\ \ 6,\ \ 9.$

287.

Theile 120 in 3 Theile, x, y, z. daß, wenn man den einen Theil mit 6, den andern mit 5, den dritten mit 4 multiplicirt, und die Producte addirt, alsdann 560 kommen. Welches können die drei Theile seyn? Antw.: Es kann seyn

$x = 1,\ 2,\ 3,\ 4$ u. s. f. alle Zahlen von der Form $n + 1$.
$y = 78,\ 76,\ 74,\ 72,$ u. s. f. alle Zahlen von der Form $78 - 2\,n$.
$z = 41,\ 42,\ 43,\ 44$ u. s. f. alle Zahlen von der Form $41 + n$.

288.

§ 51. Drei Zahlen zu bestimmen, deren Eigenschaften durch die Gleichungen

$6\,x + 5\,y + 4\,z = 363$ und
$10\,x + 3\,y + 2\,z = 231$ angegeben werden.

Es ist $x = \ \ 7,\ \ 6,\ \ 5,\ \ 4,\ \ 3;$
$y = \ \ 1,\ 15,\ 29,\ 43,\ 57,$
$z = 79,\ 63,\ 47,\ 31,\ 15.$

289.

Zehn Stück Vieh kosten 30 Rthlr., eine Kuh 10 Rthlr., ein Kalb 2 Rthlr., und ein Hammel 3 Rthlr. Wie viel Stück konnten von jeder Art angekauft seyn? Antwort:

Es konnten nur seyn 1 Kuh,
7 Kälber,
2 Hammel.

290.

Ein Bauer geht mit 100 Rthlrn. zu Markte, dafür will er 100 Stück Vieh, nämlich Kühe, Schafe und Schweine kaufen. Der Preis von einer Kuh ist 10 Rthlr., von einem Schweine 3 Rthlr., von einem Schafe $\frac{1}{2}$ Rthlr. Wie viel konnte er von jeder Sorte bekommen haben? Antw.: 94 Schafe, 1 Schwein und 5 Kühe.

# X.
# Unbestimmte Aufgaben,
## mit vier und mehreren unbekannten Größen, zu deren Auflösung Eine Gleichung weniger gegeben worden.

Von Nr. 294 bis Nr. 316.

294.

§ 53. a. Zwei Kaufleute, A und B, haben verschiedene Sorten Tabacksdosen. A hat w von einer Sorte, x von der andern, z von der dritten. B hat y von einer Sorte, die er das Stück für 7 Rthlr. verkauft. Verkauft A den Vorrath der erstern Sorte um 3 Rthlr. das Stück, und die der zweiten um 5 Rthlr., so löset er aus seinem Vorrathe dieser beiden Sorten 155 Rthlr. Setzt er den Preis der erstern Sorte auf 5 Rthlr., so muß ihm B auf den Vorrath seiner Sorte 179 Rthlr. zugeben. Verkauft aber A seine erstere Sorte um 4 Rthlr. das Stück und die dritte Sorte um 7 Rthlr., so bekommt er für beide 174 Rthlr. Wie groß war die Anzahl aller vier Sorten Dosen der beiden Kaufleute? Antw.: $w = 40$; $x = 7$; $z = 2$; $y = 3$.

295.

§ 54. Vier Zahlen, w, x, y und z, zu bestimmen, deren Eigenschaften durch die Gleichungen

$$3\,w - 2\,x = 36.$$

$$2\,w - 3\,y = 24.$$

$7\,y - 4\,z = 20$ angegeben werden.

Es ist $w = 18, 24, 30$ u. s. f. alle Zahlen von der Form $6\,(3 + n)$.

$x = 9, 18, 27$ u. s. f. alle Zahlen von der Form $9\,(1 + n)$.

$y = 4, 8, 12$ u. s. f. alle Zahlen von der Form $4\,(1 + n)$.

$z = 2, 9, 16$ u. s. f. alle Zahlen von der Form $2 + 7\,n$.

296.

§ 55. Vier Zahlen, w, x, y und z, zu bestimmen, deren Eigenschaften durch die Gleichungen

$$3\,w + 2\,x - 3\,z = 38.$$
$$7\,w - 6\,x = 17.$$
$$5\,w - 3\,y = 31$$ angegeben werden.

Es ist $w = 11, 29, 47$ u. s. f. alle Zahlen von der Form $11 + 18\,n$.

$x = 10, 31, 52$ u. s. f. alle Zahlen von der Form $10 + 21\,n$.

$y = 8, 38, 68$ u. s. f. alle Zahlen von der Form $2\,(4 + 15\,n)$.

$z = 5, 37, 69$ u. s. f. alle Zahlen von der Form $5 + 32\,n$.

297.

§ 56. Man soll 4 Zahlen, w, x, y und z, finden, deren Eigenschaften durch die Gleichungen

$$6\,w - 3\,x - 2\,y = 26.$$
$$5\,w - 3\,y = 36.$$
$$2\,x + 3\,z = 38$$ angegeben werden.

Es ist $w = 12$; $x = 10$; $y = 8$; $z = 6$.

298.

§ 57. Vier Zahlen zu bestimmen, deren Eigenschaften durch die Gleichungen

$$2w + 3x + 4y = 60.$$
$$5w - 6x + 2z = 7.$$
$3w - 2x = 1$ angegeben werden.

Es ist $w = 7$; $x = 10$; $y = 4$; $z = 16$.

299.

§ 58. Vier Zahlen zu bestimmen, deren Eigenschaften durch die Gleichungen

$$4w + 3x + 5y = 74.$$
$$5w + 2x - 3y = 19.$$
$9w + 5x - 7z = 23$ angegeben werden.

Es ist $w = 6$; $x = 5$; $y = 7$; $z = 8$.

300.

§ 59. Vier Zahlen zu finden, deren Eigenschaften durch die Gleichungen

$$2w + 4x + 3y = 40.$$
$$6w + 2x - 5z = 16.$$
$5w - 3y + 2z = 15$ angegeben werden.

Es ist $w = 5$; $x = 3$; $y = 6$; $z = 4$.

301.

§ 60. Vier Zahlen zu bestimmen, deren Eigenschaften durch die Gleichungen

$$4w + 5x - 3y - 7z = 35.$$
$$2y - z = 7.$$
$3w - 5z = 12$ angegeben werden.

Es ist $w = 9, 59, 109$ u. s. f. alle Zahlen v. der Form $9 + 50n$.

$x = 7, 18, 29$ u. s. f. alle Zahlen v. der Form $7 + 11 n$.

$y = 5, 20, 35$ u. s. f. alle Zahlen von der Form $5 (1 + 3 n)$.

$z = 3, 33, 63$ u. s. f. alle Zahlen von der Form $3 (1 + 10 n)$.

302.

§ 61. Vier Zahlen zu bestimmen, deren Eigenschaften durch die Gleichungen

$$6 w - x - 2 y - 3 z = 39.$$
$$7 y + 3 z = 48.$$
$$w + 5 x = 56$$ angegeben werden.

Es ist $w = 11; x = 9; y = 6; z = 2$.

303.

§ 62. Vier Zahlen, w, x, y und z, durch die Gleichungen $6 w - 3 x - 2 y - z = 26$.

$$4 x - 3 y - 2 z = 14.$$
$$5 y + 3 z = 49$$ zu bestimmen.

Es ist $w = 13; x = 11; y = 8; z = 3$.

304.

§ 63. Vier Zahlen, w, x, y, z, durch die Gleichungen $7 w - 3 x - 2 y + z = 77$.

$$5 x + 3 y - 4 z = 55.$$
$$3 w - 4 x = 2$$ zu bestimmen.

Es ist $w = 18, 38, 58$ u. s. f. alle Zahlen von der Form $2 (9 + 10 n)$.

$x = 13, 28, 43$ u. s. f alle Zahlen von der Form $13 + 15 n$.

$y = 10, 101, 192$ u. s. f. alle Zahlen von der Form $10 + 91 n$.

$z = 10,\ 97,\ 184$ u. s. f. alle Zahlen von d. Form $10 + 87\,n$.

305.

§ 64. Vier Zahlen zu bestimmen, deren Eigenschaften durch die Gleichungen

$w - 2x + 3y + 4z = 46.$

$3x - 5y + 6z = 39.$

$9x - 3y - 2z = 9$ angegeben werden.

Es ist $w = 2;\ x = 5;\ y = 6;\ z = 9.$

306.

§ 65. Vier Zahlen zu bestimmen, deren Eigenschaften durch die Gleichungen

$2w + 3x - y - 4z = 37.$

$5x - 2y - 3z = 20.$

$5w + 3x - 7y = 81$ angegeben werden.

Es ist $w = 50,\ 112,\ 174$ u. s. f. alle Zahlen v. der Form $2\,(25 + 31\,n.)$

$x = 44,\ 111,\ 178$ u. s. f. alle Zahlen v. der Form $44 + 67\,n$.

$y = 43,\ 116,\ 189$ u. s. f. alle Zahlen v. der Form $43 + 73\,n$.

$z = 38,\ 101,\ 164$ u. s. f. alle Zahlen v. der Form $38 + 63\,n$.

307.

§ 66. Vier Zahlen zu bestimmen, deren Eigenschaften durch die Gleichungen

$5w + 3x - 2y - 4z = 47.$

$7w - 4x + 3y + 5z = 46.$

$7y - 3z = 6$ angegeben werden.

Es ist $w = 8,\ 12,\ 16$ u. s. f.

$x = 11, 469, 927$ u. s. f.
$y = 3, 126, 249$ u. s. f.
$z = 5, 292, 579$ u. s. f.

308.

§ 67. Vier Zahlen zu bestimmen, deren Eigenschaften durch die Gleichungen

$$w + 2x + 3y + 4z = 40.$$
$$4w + 3x + 2y + z = 30.$$
$$4x + 3y - 2z = 14$$ angegeben werden.

309.

Vier Knaben hatten Haselnüsse gesammelt. A hatte z Nüsse; B deren y; C deren x, und D deren w. Die meisten hatte D gesammelt, C weniger; B noch weniger, als C, und A die wenigsten. Sie entschließen sich also zur Mittheilung, so, daß der, welcher die meisten hat, jedem andern so viel geben soll, als er eben hat. Nachdem das ein Jeder gethan hat, finden sich die Nüsse gleich vertheilet. Wie viel hat nun Jeder zuletzt erhalten? Antw.:

Es war $w = 33, 66, 99$ u. s. f.
$x = 17, 34, 51$ u. s. f.
$y = 9, 18, 27$ u. s. f.
$z = 5, 10, 15$ u. s. f. und nach der Mittheilung Jeder 16, 32, 48 u. s. f.

310.

Fünf Soldaten, A, B, C, D, E, machen Beute, Jeder so viel er kann. Da aber einige sehr wenig bekommen, werden dieselben hernach unwillig, daher erbietet sich E, der das Meiste bekommen, Jedem so viel zu geben, als er schon hat, mit der Bedingung, daß die Andern hernach ein Gleiches thun sollen. Darauf findet sich, daß die Beute gleich vertheilet ist. Wie viel Rthlr. hat nun Jeder anfangs erbeutet, und zuletzt behalten? Antw.:

| | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|
| Im Anfange hatte | A. | 6, | 12, | 18, | 24 | u. s. f. |
| | B. | 11, | 22, | 33, | 44 | u. s. f. |
| | C. | 21, | 41, | 63, | 84 | u. s. f. |
| | D. | 41, | 82, | 123, | 164 | u. s. f. |
| | E. | 81, | 162, | 243, | 324 | u. s. f. |
| Nach der Mittheilung hatte Jeder . . . . . | | 32, | 64, | 96, | 128 | u. s. f. |

311.

Wenn ein Knabe seinen Vorrath von Nüssen abzählt bei 2, so restirt 1; zählt er bei 3, so restiren 2; bei 4, so restiren 3; bei 5, so restiren 4; bei 6, so restiren 5. Wie viel Nüsse konnte er also gehabt haben? Antw.: die Anzahl derselben liegt in der arithm. Progression 59, 119, 179, 239 u. s. f.

312.

Ein Officier hatte etliche Soldaten; wenn er 5 in jedes Glied stellt, so bleibt einer übrig; nimmt er 7, so bleiben 6; nimmt er 8, so bleibt 1; nimmt er 9, so bleiben 5; nimmt er 11, so bleiben 8. Wie viel konnten der Soldaten seyn? Antwort: die Anzahl derselben liegt in der arithmetischen Progression 41, 27761, 55481 u. s. f.

313.

Ein glücklicher Spieler zählt eine Summe gewonnener Ducaten nach, zählt er sie bei 3, 9 und 11, so bleibt immer 1 übrig; zählt er sie bei 7, so bleiben 2; zählt er sie bei 12, so bleiben 4 übrig. Wie viel Ducaten konnte er gewonnen haben? Antw.: die Anzahl derselben liegt in der arithmetischen Progression 100, 2872, 5644 u. s. f.

314.

Ein Hirte hatte eine große Heerde Schafe, und bestimmte ihre Zahl auf folgende Art. Wenn allezeit 5 in einer Reihe gehen, so bleiben zuletzt 2 übrig; gehen 6 in einer Reihe, so bleiben 3 übrig; gehen 7, so bleiben 4; gehen 8, so bleiben 5; gehen aber 9, so bleibt keins übrig. Wie viel Schafe konnte der Hirte haben? Antw.: 837, 3357, 5877 u. s. f.

315.

Fünf Studenten lassen sich speisen, es hat aber Keiner so viel Geld, daß er allein bezahlen kann. Der Erste sagt also zu den vier Andern: gebt mir $\frac{1}{5}$ von eurem Gelde zu dem meinigen v; so will ich allein bezahlen. Der Zweite sagt: hätte ich $\frac{1}{7}$ von eurem Gelde zu dem meinen w, so wollte ich die Bezahlung allein übernehmen. Der Dritte sagt: überlaßt mir $\frac{1}{9}$ von eurem Gelde, so bezahle ich, nach Hinzufügung des meinigen x, allein. Der Vierte sagt: wenn ich $\frac{1}{11}$ von eurem Gelde zu dem meinigen y bekomme, so leiste ich allein die Zahlung. Endlich sagt der Fünfte: ich verlange nur $\frac{1}{13}$ von eurem Gelde zu dem meinigen z, um die Bezahlung allein übernehmen zu können. Nun ist die Frage, wie viel Geld ein Jeder gehabt, und wie viel sie verzehrt haben, oder wie groß S sei? Antw.:

| | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|
| Es konnte seyn | v = | 87, | 174, | 261, | 348 | u. s. f. |
| | w = | 127, | 254, | 381, | 508 | u. s. f. |
| | x = | 147, | 294, | 441, | 588 | u. s. f. |
| | y = | 159, | 318, | 477, | 636 | u. s. f. |
| | z = | 167, | 334, | 501, | 668 | u. s. f. |
| Verzehrt konnte seyn | S = | 207, | 414, | 621, | 828 | u. s. f. |

316.

Eine Bauerfrau hatte Eier, und wurde gefragt, wie viel derselben wären? Sie gab zur Antwort: sie hätte die Eier bei halben Dutzenden, bei halben Stiegen, bei Dutzenden, bei Mandeln, bei Stiegen und bei Schocken gezählet, aber allemal wären 5 übrig geblieben. Wie viel Eier konnte sie haben? Antw.: die Anzahl derselben liegt in der arithmetischen Progression 65, 125, 185, 245 u. s. f.

# XI.

# Unbestimmte Aufgaben,

## mit drei unbekannten Größen, zu deren Auflösung Eine eine einfache Gleichung gegeben worden.

Von Nr. 317 bis Nr. 320.

317.

§ 71. Drei Zahlen, L, M, N, von der Beschaffenheit zu finden, daß L durch 5 getheilt 4; M durch 6 getheilt 5; N durch 7 getheilt 6 übrig lassen, ihre Summe aber 100 sei.

Es ist L = 89, 69, 49, 29, 9.
M = 5, 11, 17, 23, 29.
N = 6, 20, 34, 48, 62.
Ferner L = 54, 34, 14.
M = 5, 11, 17.
N = 41, 55, 69.

318.

Jemand hat drei Sorten Wein, vom besten kostet das Stübchen 24 Ggr., vom zweiten 18 Ggr., vom dritten 12 Ggr. Er will diese Sorten so vermischen, daß er das Stübchen für 15 Ggr. geben könne. Wie viel muß von jeder Sorte genommen werden? Antw.: vom ersten $\frac{1}{6}$, vom zweiten $\frac{1}{6}$, und vom dritten $\frac{2}{3}$; oder vom ersten $\frac{1}{10}$, vom zweiten $\frac{3}{10}$, und vom dritten $\frac{3}{5}$ u. s. w.

319.

§ 73. Es kauft Jemand x Schafe, y Schweine und z Kühe. Ein Schaf kostet 3 Rthlr., ein Schwein 7 Rthlr., eine Kuh 13 Rthlr., und bezahlt überhaupt 50 Rthlr. Wie viel hat er von jeder Sorte gekauft?

Es ist z = 1, 1, 2.
y = 1, 4, 3.
x = 10, 3, 1.

320.

§ 74. Ein Uhrmacher, P, vertauscht an einen andern, Q, x goldene Uhren gegen z silberne und y tombackene. Jener schlägt das Stück goldener Uhren zu 50 Rthlr., dieser die silberne zu 21 Rthlr., und die tombackenen zu 16 Rthlr. an. Wie viel silberne und tombackene Uhren erhielt P gegen eine Anzahl seiner goldenen?

Es ist z = 2, 2, 2 u. s. f.
x = 5, 13, 21 u. s. f.
y = 13, 38, 63 u. s. f.

und noch eine unendliche Anzahl anderer, die in andern arithmetischen Progressionen liegen.

## XII.

# Unbestimmte Aufgaben,

mit vier unbekannten Größen, zu deren Auflösung zwei einfache Gleichungen gegeben werden, von Nr. 321 bis 325. Eine mit 6 unbekannten Größen, wozu 4 einfache Gleichungen gegeben werden. Nr. 326.

321.

§ 76. Vier Zahlen zu bestimmen, deren Eigenschaften durch die Gleichungen

$$13\,w + 5\,x - 9\,y - 8\,z = 109.$$

$$7\,w - 2\,x = 49$$ angegeben werden.

| | | |
|---|---|---|
| Es ist | x = 7, 14, 21 u. s. f. | 21, 28, 35 u. s. f. |
| | y = 3, 8, 13 u. s. f. | 5, 10, 15 u. s. f. |
| | z = 2, 4, 6 u. s. f. | 15, 17, 19 u. s. f. |
| | w = 9, 11, 13 u. s. f. | 13, 15, 17 u. s. f. |

und noch eine unendliche Anzahl andere.

322.

§ 77. Vier Zahlen zu bestimmen, deren Eigenschaften durch die Gleichungen

$$11\,w + 6\,x + 8\,y - 9\,z = 43.$$

$$8\,w + 3\,x - 5\,y = 11$$ angegeben werden.

| | | | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| Es ist | w = | 3, | 3, | 3, | 12, | 3, | 24, | 9. |
| | z = | 6, | 12, | 18, | 31, | 24, | 10, | 50. |
| | y = | 5, | 8, | 11, | 20, | 14, | 23, | 32. |
| | x = | 4, | 9, | 14, | 5, | 19, | 31, | 1. |

und noch mehrere.

323.

Hundert sollen folgendermaßen in vier Theile, w, x y und z, getheilt werden, daß, wenn der erste Theil mit 9, der andere mit 7, der dritte mit 5, der vierte mit 3 multiplicirt wird, die ganze Summe alsdann 702 ausmache. Es wird gefragt, welches diese vier Theile seyn können? Antw.:

Es kann seyn

| | | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| y = | 1, | 1, | 1 u. s. f. | 2, | 2, | 2 u. s. f. |
| z = | 1, | 2, | 3 u. s. f. | 1, | 2, | 3 u. s. f. |
| w = | 4, | 6, | 8 u. s. f. | 5, | 7, | 9 u. s. f. |
| x = | 94, | 91, | 88 u. s. f. | 92, | 89, | 86 u. s. f. |

und noch eine große Anzahl in mehreren Progressionen.

324.

Ein Kaufmann will gern für 100 Rthlr. Saffran, Zimmt, Thee und Kaffee einkaufen, doch so, daß er im Ganzen 100 Pfund bekomme. Nun kostet ein Pfund Saffran 10 Rthlr., ein Pfund Zimmt 5 Rthlr., ein Pfund Thee 2 Rthlr. und ein Pfund Kaffee $\frac{1}{2}$ Rthlr. Wie viel Pfund wird er von jeder Art bekommen? Antw.:

Es konnte seyn

| | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|
| Saffran | 1, | 1, | 1 u. s. f. | 2, | 2, | 2 u. s. f. |
| Zimmt | 1, | 2, | 3 u. s. f. | 1, | 2, | 3 u. s. f. |
| Thee | 72, | 63, | 54 u s. f. | 53, | 44, | 35 u. s. f. |
| Kaffee | 26, | 34, | 42, u. s. f. | 44, | 52, | 60 u. s. f. |

Auch finden sich noch eine Menge Werthe in andern Progressionen.

325.

Eine Bauerfrau hat Gänse, Hühner, Enten und Tauben 140 Stück verkauft, jede Gans um 10 Gr., jedes Huhn um 6 Gr., jede Ente um 4 Gr., jede Taube um 2 Gr., und insgesammt 26 Rthlr. 24 Gr. gelöset. Wie viel Stück konnte sie von jeder Art haben? Antw.:

Sie konnte haben

| | | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| Tauben | 1, | 2, | 3 u. s. f. | 1, | 2, | 3 u. s. f. |
| Hühner | 105, | 103, | 101 u s. f. | 102, | 100, | 98 u. s. f. |
| Gänse | 32, | 33, | 34 u. s. f. | 33, | 34, | 35 u. s. f. |
| Enten | 2, | 2, | 2 u. s. f. | 4, | 4, | 4 u. s. f. |

und noch eine große Anzahl in mehreren Progressionen.

326.

Fünf Taschenuhren werden auf folgende Art taxirt: man legt einen diamantnen Ring auf die erste Uhr, dann ist der Werth derselben gegen die andere wie 2 zu 1; auf die zweite gegen die dritte wie 5 zu 2; auf die dritte gegen die vierte wie 4 zu 1; auf die vierte gegen die fünfte wie 5 zu 8. Nun ist die Frage, wie viel ist der Ring werth, und was gilt jede Uhr? Antw.:

Es kann werth seyn

| | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|
| Die 1ste Uhr | 12, | 12, | 12 u. s. f. | 24, | 24, | 24 u. s. f. |
| = 2te = | 29, | 54, | 79 u. s. f. | 33, | 58, | 83 u. s. f. |
| = 3te = | 30, | 60, | 90 u. s. f. | 30, | 60, | 90 u. s. f. |
| = 4te = | 19, | 39, | 59 u. s. f. | 18, | 38, | 58 u. s. f. |
| = 5te = | 104, | 216, | 328 u. s. f. | 96, | 208, | 320 u. s. f. |
| Der Ring | 46, | 96, | 146 u. s. f. | 42, | 92, | 142 u. s. f. |

Noch mehrere Werthe liegen in andern Progressionen.

# XIII.

## Unbestimmte Aufgaben,

mit zwei unbekannten Größen, zu deren Auflösung Eine Gleichung gegeben worden, in der auch das Product der unbekannten Zahlen ohne deren Dignitäten vorkommt.

Von Nr. 327 bis Nr. 340.

327.

§ 83. a. Zwei ganze positive Zahlen zu finden, deren Product = 18.

Es ist $y = 1, \ 2, \ 3, \ 6, \ 9, \ 18.$

$x = 18, \ 9, \ 6, \ 3, \ 2, \ 1.$

328.

Zwei ganze positive Zahlen zu finden, deren Product der einen in die um 1 vermehrte der andern = 77.

Es ist $x = 11, \ 7, \ 1.$

$y = 6, \ 10, \ 76.$

329.

§ 86. Das Product einer ganzen positiven Zahl in die um 1 vermehrte der andern macht 18; welches sind die Zahlen?

Es ist $x = 9, \ 6, \ 3, \ 2, \ 1.$

$y = 1, \ 2, \ 5, \ 8, \ 17.$

330.

Zwei ganze positive Zahlen, x und y, von der Beschaffenheit zu finden, daß das Produkt aus dem 3fachen der einen in die um 1 verminderte der andern 12 bringe.

Es ist $x = 1, \quad 2, \quad 4.$

$y = 5, \quad 3, \quad 2.$

331.

Zwei positive Zahlen, x und y, zu finden, von der Beschaffenheit, daß das Produkt aus dem 3fachen der einen in die um 1 verminderte der andern 16 bringe.

Es ist $x = 1, \quad 2, \quad 4, \quad 8, \quad 16.$

$y = {}^{19}/_{3}, \quad {}^{11}/_{3}, \quad {}^{7}/_{3}, \quad {}^{5}/_{3}, \quad {}^{4}/_{3}.$

Hier können nicht beide Größen durch ganze Zahlen bestimmt werden.

332.

§ 87. Das Product einer ganzen positiven Zahl in die um 4 verminderte der andern macht 18. Welches sind die Zahlen?

Es ist $x = 18, \quad 9, \quad 6, \quad 3, \quad 2, \quad 1.$

$y = 5, \quad 6, \quad 7, \quad 10, \quad 13, \quad 22.$

333.

§ 88. Zwei ganze positive Zahlen zu bestimmen, deren Eigenschaften durch die Gleichung

$5\,x\,y - 3\,x = 24$ angegeben werden.

Es ist $x = 12, \quad 2.$

$y = 1, \quad 3.$

334.

§ 89. Zwei ganze positive Zahlen zu bestimmen, deren Eigenschaften durch die Gleichung

$5\,x\,y + 3\,x = 14$ angegeben werden.

Die Auflösung der Aufgabe ist unmöglich, wenn man nicht mit Brüchen zufrieden seyn will.

Sonst ist $y = \frac{4}{5}, \frac{11}{5}$.

$x = 2, \quad 1.$

335.

§ 90. Zwei ganze positive Zahlen zu bestimmen, deren Eigenschaften durch die Gleichung

$2\,x\,y + 11\,x = 10$ angegeben werden.

Die Auflösung der Aufgabe ist in ganzen Zahlen unmöglich, wenn man nicht mit negativen für y zufrieden seyn will.

Sonst ist $y = -\ 5, -\ 3.$

$x = +\ 10, +\ 2.$

336.

§ 92. Zwei ganze positive Zahlen zu bestimmen, deren Eigenschaften durch die Gleichung

$2\,x\,y + 3\,x = 15\,y$ angegeben werden.

Es ist $y = 1, \quad 3, \quad 6, \ 21.$

$x = 3, \quad 5, \quad 6, \quad 7.$

337.

Man soll zwei ganze positive Zahlen suchen, die 29 machen, wenn ihre Summe zum Product addirt wird.

Es ist $y = \ 1, \quad 2, \quad 4, \quad 5, \quad 9, \ 14.$

$x = 14, \quad 9, \quad 5, \quad 4, \quad 2, \quad 1.$

338.

Es sollen zwei ganze positive Zahlen gefunden werden, die 26 geben, wenn ihre Differenz $(x - y)$ zum Product $x\,y$ addirt wird.

Es ist $y = 4, \ 24.$

$x = 6, \quad 2.$

339.

Man soll zwei ganze positive Zahlen suchen, welche 11 geben, wenn von ihrem Product ihre Summe abgezogen wird.

Es ist $y = 2, 3, 4, 5, 7, 13.$

$x = 13, 7, 5, 4, 3, 2.$

340.

§ 49. Zwei Zahlen zu bestimmen, deren Eigenschaften durch die Gleichung

$$2xy + 3x + 4y = 99$$

angegeben werden.

Es ist $x = 1, 3, 5, 13, 19.$

$y = 16, 9, 6, 2, 1.$

# XIV.

# Unbestimmte Aufgaben,

## mit zwei unbekannten Größen, die zu Gleichungen mit dem Quadrate einer unbekannten Größe führen.

Anmerkung.

Man begnügt sich bei dieser Art Aufgaben schon, wenn nur die Werthe der unbekannten Größen rational werden.

Von Nr. 341 bis Nr. 357.

341.

§ 98. Zwei ganze positive Zahlen, x und y, zu finden, deren Eigenschaften durch die Gleichung

$2x^2 = 5y$ angegeben werden.

Es ist $x = 5, 10, 15, 20$ u. s. f.

$y = 10, 40, 90, 160$ u. s. f.

342.

§ 100. Zwei ganze positive Zahlen, x und y, zu finden, deren Eigenschaften durch die Gleichung

$2x^2 + 5y = 500$ angegeben werden.

Es ist $x = 5, 10, 15.$

$y = 90, 60, 10.$

343.

§ 101. Zwei positive Zahlen, x und y, zu finden, deren Eigenschaften durch die Gleichung

$2x^2 + 3y = 28$ angegeben werden.

Es ist $x = 1, 2, 3, 4$ u. s. f.
$y = {}^{26}/_3, {}^{20}/_3, {}^{10}/_3, {}^{4}/_3$ u. s. f.

344.

§ 103. 104. Zwei ganze positive Zahlen, $x$ und $y$, deren Eigenschaften durch die Gleichung

$$5x^2 - 2x = 24y$$

angegeben werden, zu finden.

| | | |
|---|---|---|
| Es ist $x = 24, 48, 72$ u. s. f. | 10, 34. | 4, 6, 12. |
| $y = 118, 476, 1074$ u. s. f. | 20, 238. | 3, 7, 29. |

und mehrere.

345.

§ 106. Zwei ganze positive Zahlen, $x$ und $y$, zu finden, so daß $2x^2 - 5x = 22y$ werde.

Es ist $x = 22, 44, 66.$
$y = 39, 166, 381$ und mehrere.

346.

§ 108. Zwei ganze positive Zahlen, $x$ und $y$, zu finden, deren Eigenschaften durch die Gleichung

$$2x^2 + 4x + 7y = 65$$

angegeben werden.

Es ist $x = 2, 3.$
$y = 7, 5.$

347.

§ 110. Zwei ganze positive Zahlen zu finden, deren Eigenschaften durch die Gleichung

$4x^2 + 3x + 6y = 10xy$ angegeben werden.

Es ist $x = 6$ und $y = 3$.

348.

§ 112. Zwei ganze positive Zahlen zu finden, deren Eigenschaften durch die Gleichung

$$2x^2 + 4x + 5y + 3xy = 188$$

angegeben werden.

Es ist $x = 6$ und $y = 4$.

349.

Man soll zwei ganze positive Zahlen, x und y, finden, aus welchen 19 entsteht, wenn ihre Summe zu ihrem Quotienten addirt wird.

Es ist $x = 9, 12, 12, 9.$
$y = 1, 3, 4, 9.$

350.

Zwei ganze positive Zahlen, x und y, zu finden, die 15 bringen, wenn ihre Differenz zum Quotienten addirt wird.

Es ist $x = 8, 18, 26.$
$y = 1, 6, 13.$

351.

Zwei ganze positive Zahlen, x und y, geben 13, wenn ihr Quotient von ihrer Summe abgezogen wird. Welches sind die Zahlen?

Es ist $x = 22, 15, 12, 10, 7.$
$y = 2, 3, 4, 5, 7.$

352.

Es sollen zwei ganze positive Zahlen, x und y, gesucht werden, die 15 geben, wenn ihr Quotient von ihrer Differenz abgezogen wird.

Es ist $x = 34, 27, 25, 27, 34.$
$y = 2, 3, 5, 9, 17.$

353.

Man soll zwei ganze positive Zahlen, x und y, finden, die 51 geben, wenn die eine durch das um 1 vermehrte Quadrat der andern multiplicirt wird.

Es ist $x = 3$ und $y = 4$.

354.

Es sollen zwei positive Zahlen, $x$ und $y$, gefunden werden, die 19 geben, wenn die eine durch das um 1 verminderte Quadrat der andern multiplicirt wird.

Es ist $x = {}^{19}/_{3},\ {}^{19}/_{8},\ {}^{19}/_{15}\ {}^{19}/_{24}$ u. s. f.

$y = \ 2,\ 3,\ 4,\ 5$ u. s. f.

Es ist unmöglich, daß beide ganze Zahlen seyn können.

355.

Es werden zwei ganze positive Zahlen, $x$ und $y$, gesucht, die 20 geben, wenn ihr Product zum Quotienten addirt wird.

Es ist $x = 10,\ 8,\ 6.$

$y = \ 1,\ 2,\ 3.$

356.

Es sind zwei ganze positive Zahlen, $x$ und $y$, zu suchen, aus welchen 30 entstehn, wenn von ihrem Producte ihr Quotient abgezogen wird.

Es ist $x = 20,\ 8.$

$y = \ 2,\ 4.$

357.

Zwei ganze positive Zahlen, $y$ und $x$, von der Beschaffenheit zu finden, daß das um 1 vermehrte Quadrat der erstern 10mal so groß sey, als die erstere um 1 vermehrt, und durch die andere getheilt.

Es ist $y = \ 1,\ 2,\ 3.$

$x = 10,\ 6,\ 4.$

# XV.

# Unbestimmte Aufgaben,

## die zu Gleichungen führen, welche unter der allgemeinen Gleichung

$$y^2 = c\,x^2 + b\,x + a$$

## begriffen sind.

Von Nr. 358 bis Nr. 378.

358.

§ 119. Zwei Zahlen, x und y, zu bestimmen, deren Eigenschaften durch die Gleichung

$y^2 = 4\,x^2 + 3\,x + 14$ angegeben sind.

Es ist $x = 13$ und $y = 27$.

359.

§ 122. Ganze positive Zahlen, x und y, zu finden, deren Eigenschaften durch die Gleichung

$y^2 = 4\,x^2 + 28$ angegeben werden.

Es ist $x = 3$ und $y = 8$. Wenn man dort $p = 2$ und $q = 1$ setzt.

360.

§ 124. Zwei Zahlen, x und y, von der Beschaffenheit zu finden, daß das Quadrat der einen ($y^2$) = dem vierfachen Quadrate der andern ($4\,x^2$), wenn zu diesem vierfachen Quadrate noch das Dreifache der Wurzel derselben ($3\,x$) addirt worden.

Es ist $x = -\,1,\ {}^1/_4,\ {}^1/_{15}$.

$y = \quad 1,\ 1,\ {}^7/_{15}$.

361.

§ 126. Zwei Zahlen, x und y, zu bestimmen, deren Eigenschaften durch die Gleichung

$y^2 = 9x^2 + 2x + 16$ angegeben sind.

Es ist $x = {}^{15}/_{4},\ {}^{63}/_{4}$.

$y = {}^{49}/_{4},\ {}^{191}/_{4}$.

362.

§ 128. Zwei Zahlen, x und y, zu bestimmen, deren Eigenschaften durch die Gleichung

$y^2 = 4x^2 + 9$ angegeben werden.

Es ist $x = 2,\ {}^{35}/_{8}$.

$y = 5,\ {}^{37}/_{4}$.

363.

§ 130. Zwei Zahlen, x und y, zu finden, deren Eigenschaften durch die Gleichung

$y^2 = 3x^2 + 2x + 16$ angegeben sind.

Es ist $x = 3,\ {}^{8}/_{11}$.

$y = 7,\ {}^{48}/_{11}$.

364.

§ 132. Zwei Zahlen, x und y, zu bestimmen, deren Eigenschaften durch die Gleichung

$y^2 = 3x^2 + 16$ angegeben sind.

Es ist $x = 4,\ {}^{16}/_{11}$.

$y = 8,\ {}^{52}/_{11}$.

365.

§ 135. Zwei Zahlen, x und y, zu bestimmen, deren Eigenschaften durch die Gleichung

$y^2 = 7x - 4x^2$ angegeben sind.

Es ist $x = {}^{7}/_{5},\ {}^{28}/_{17}$.

$y = {}^{7}/_{5},\ {}^{14}/_{17}$.

366.

§ 137. Zwei Zahlen, x und y, zu finden, deren Eigenschaften durch die Gleichung

$y^2 = 3\,x^2 + 2\,x$ angegeben sind.

Es ist $x = -\ 1,\ -\ {}^{6}/_{11}$.

$y = \ \ 1,\ \ {}^{4}/_{11}$.

367.

§ 141. Zwei Zahlen, x und y, zu bestimmen, deren Eigenschaften durch die Gleichung

$y^2 = 6\,x^2 + 13\,x + 6$ angegeben sind.

Es ist $x = -\ {}^{5}/_{3},\ -\ {}^{19}/_{6}$.

$y = -\ 1,\ -\ 5$.

368.

Zwei ganze Zahlen, x und y, zu finden, deren Summe, durch ihre Differenz multiplicirt, 39 giebt.

Es ist $y = 19,\ 5$.

$x = 20,\ 8$.

369.

§ 143. Zwei Zahlen, x und y, zu bestimmen, deren Eigenschaften durch die Gleichung

$y^2 = 2\,x^2 - 2$ angegeben sind.

Es ist $x = -\ 3,\ +\ 3,\ {}^{11}/_{7}$.

$y = \ \ 4,\ \ 4,\ {}^{12}/_{7}$.

370.

§ 146. Zwei Zahlen, x und y, zu bestimmen, deren Eigenschaften durch die Gleichung

$y^2 = 21\,x^2 + 2\,x - 30$ angegeben werden.

Es ist $x = -\ {}^{11}/_{5},\ 29$.

$y = \ \ {}^{41}/_{5},\ 133$.

371.

§ 147. Zwei Zahlen, x und y, zu bestimmen, deren Eigenschaften durch die Gleichung

$y^2 = 2x^2 - 1$ angegeben werden.

Es ist $x = 1, 5$.

$y = 1, 7$.

372.

§ 149. Zwei Zahlen, x und y, zu bestimmen, deren Eigenschaften durch die Gleichung

$y^2 = 2x^2 - 2$ angegeben werden.

Es ist $x = 3$ und mehrere.

$y = 4$.

373.

§ 151. Zwei Zahlen, x und y, zu bestimmen, deren Eigenschaften durch die Gleichung

$y^2 = 13x^2 + 15x + 7$ angegeben werden.

Es ist $x = \frac{1}{3}, - \frac{9}{4}$.

$y = \frac{11}{13}, + \frac{25}{4}$.

374.

§ 153. Zwei Zahlen, x und y, zu bestimmen, deren Eigenschaften durch die Gleichung

$y^2 = 2x^2 + 2$ angegeben werden.

Es ist $x = -7, +7, \frac{23}{7}$.

$y = \quad 10, \quad 10, \frac{24}{7}$.

375.

§ 158. Alle möglichen Werthe von x und y zu bestimmen, deren Eigenschaften durch die Gleichung

$$y^2 = 5x^2 + 3x + 7$$

angegeben werden, sobald nur Ein Werth derselben bekannt ist. Z. B. wenn man wüßte, daß $x = -1$ sei.

Es ist $x = \frac{9}{4}, 18.$

$y = \frac{25}{4}, 41.$

376.

§ 160. Alle möglichen Werthe von x und y zu bestimmen, deren Eigenschaften durch die Gleichung

$$y^2 = 7x^2 + 2$$

angegeben werden, vorausgesetzt man wisse, daß $x = 1$ sei.

Es ist $x = -\frac{1}{3}, \frac{1}{3}, -1.$

$y = \frac{5}{3}, \frac{5}{3}, 3.$

377.

§ 181. 188. Man suche ganze Zahlen für x, daß $2x^2 - 1 = y^2$ werde, vorausgesetzt, man habe einen Werth für x in ganzen Zahlen, z. B. $x = 1$.

Es ist $x = 1, 5, 29, 169, 985, 5741, 33461.$

$y = 1, 7, 41, 239, 1393, 8119, 47321.$

378.

§ 189. Die Gleichung $7x + 2 = y^2$ aufzulösen, daß für x und y ganze Zahlen kommen, vorausgesetzt, man habe Einen Werth für x in ganzen Zahlen, z. B. $x = 1$.

Es ist $x = 1, 17, 271, 4319, 64785.$

$y = 3, 45, 717, 11427, 182115.$

# XVI.
# Vermischte Aufgaben.

Von Nr. 379 bis 398.

379.

Drei Personen, A, B und C, machen eine Handlungsgesellschaft. B legt 60 Rthlr. mehr an, als A. B und C bringen 600 Rthlr. zusammen, mit welchen sie 320 Rthlr. gewinnen, von welchen C 136 Rthlr. zukommen. Wie viel hat jeder eingelegt? Antw.: A 200 Rthlr., B 260 Rthlr. und C 340 Rthlr.

380.

Harpax zählt seine Ducaten in ein Quadrat auf. Das Quadrat war voll, und es blieben noch 284 Stück übrig. Hierauf legte er einen Ducaten mehr in jede Reihe, und machte ein Quadrat, worauf ihm zu einem völligen Quadrate 25 Stück fehlten. Wie viel Stück Ducaten hatte Harpax? Antw.: 24000 Stück.

381.

Ein Fleischer verdingt 20 Ochsen zwölf Monate lang in die Fütterung, die er nach zwei Monaten noch um fünf vermehrt. Nachdem diese zusammen noch $6\,{}^{3}/_{5}$ Monate gefressen, schickt er noch 10 Stück nach. Wie lange können sie für das bedungene Geld gefüttert werden? Antw.: $9\,{}^{5}/_{6}$ Monat.

382.

Von fünf Zahlen, die in einer geometrischen Progression stehen, ist die Summe der vier erstern 97½, die Summe der vier letztern 146¼. Welches sind die Zahlen? Antw.: 12, 18, 27, 40½, 60¾.

383.

Bei jeder Taschenuhr steht der Stunden- und Minutenzeiger Mittags um 12 Uhr gerade über einander. Wie bald und wie oft werden beide Zeiger innerhalb 12 Stunden wieder gerade über einander stehen? Antw.: Zuerst um 1 Uhr 5$\frac{5}{11}$ Minuten und in 12 Stunden 11mal.

384.

Zwei Läufer, A und B, erbieten sich, aus verschiedenen Orten, A 40 Meilen in 24 Stunden, B in 30 Stunden abzulaufen, um sich entgegen zu kommen. Sie gehn zu gleicher Zeit ab. Wie bald werden sie sich begegnen, und wie weit von jedem Orte? Antw.: in 13⅓ Stunden, und es wird A 22$\frac{2}{9}$ und B 17$\frac{7}{9}$ Meilen machen.

385.

Es hat Jemand zwei Arbeiter, die um gleichen Tagelohn arbeiten; der Erste hat für 51 Tage 12 Himten Rocken und 2 Rthlr. 21 Gr., der Andere für 63 Tage 18 Himten Rocken und 1 Rthlr. 9 Gr. empfangen. Wie hoch ist der Himte Rocken gerechnet? Antw.: 22 Gr.

386.

Einer hat zwei Säcke von gleicher Länge, aber ungleicher Weite; in den ersten können 4 Himten und in den andern 9 Himten gethan werden. Wenn nun beide Säcke in der Länge aufgeschnitten werden, und daraus ein Sack von voriger Länge gemacht wird, wie viel Himten Korn können alsdann hinein gethan werden? Antwort: 25 Himten.

387.

Aus zwei Säcken von gleicher Länge, wovon ein jeder $2\frac{1}{2}$ Himten fassen kann, soll Ein Sack gemacht werden. Wie viel Himten können nun darin bleiben? Antw.: 10 Himten.

388.

Man verlangt eine Zahl, daß, wenn man von ihr 120 abzieht, oder zu ihr 482 addirt, jene Differenz und diese Summe eine Cubiczahl giebt, deren beide Wurzeln um 2 unterschieden sind. Welches ist die Zahl? Antw.: 849.

389.

Ein Sohn wollte das Alter seines Vaters wissen, und bekam die Antwort: ich habe auf die Spitze meines Hauses eine Kugel setzen lassen, deren körperlicher Inhalt $11498\frac{2}{3}$ Cubiczoll beträgt. Der Durchmesser dieser Kugel verhält sich aber zu meinem jetzigen Alter wie 7 zu 13. Hieraus wirst du, mein Sohn, mein Alter berechnen können? Wie alt war der Vater? Antw.: 52 Jahr.

390.

Ein Landwirth geht mit einem seiner mathematischen Freunde aus der Stadt, auf dem Felde spaziren, wo sie eine Pflanze antreffen, deren Namen der Städter zu wissen wünscht. Der Landwirth antwortete ihm: ich gebe Ihnen vier Zahlen, wenn Sie dieselben Deutsch aussprechen und von jeder Zahl den ersten Buchstaben nehmen, so haben Sie den Namen dieser Pflanze. Die vier Zahlen bestimme ich Ihnen folgendergestalt: multiplicire ich das Quadrat der ersten Zahl durch sich selbst und addire dazu 599, so kommen 3000. Addire ich zur zweiten Zahl $\frac{1}{6}$, so bekomme ich eine Zahl von der Eigenschaft, daß, wenn ich zu ihr 7 addire, oder sie mit 7 multiplicire, Summe und Product gleich sind. Die dritte Zahl findet sich durch Ausziehung der Quadratwurzel, aus einer Zahl, die 10000mal so groß ist, als sie selbst, wenn ich diese Wurzel mit 100 dividire, und den Quotienten mit 3 multiplicire. Die vierte Zahl ist das erste Glied einer geometrischen Progression von 3 Zahlen, deren Summe 35, deren Product 1000 ist. Welches sind die Zahlen? Antw.: 7, 1, 9, 5; also Senf die Pflanze.

391.

Vor einem Zeughause liegt ein Haufe Kanonenkugeln, dessen Grundfläche ein Rechteck ist. Zehn Schichten liegen über einander. In jeder der folgenden Schichten hat jede Seite eine Kugel weniger, oben aber endigt sich der Haufe mit einer Reihe Kugeln von 30 Stück. Wie viel Kugeln hält der Haufe? Antw.: 1980 Stück.

392.

Es ist Jemand schuldig nach drei Jahren 690 Rthlr. zu bezahlen, er will aber gern jetzt gleich seine Schuld abtragen und für jedes Jahr 5 pC. Zinsen zurückbehalten. Wie viel muß er gleich bezahlen? Antw.: 600 Rthlr.

393.

Es soll Jemand ein Capital von 6305 Rthlrn. in drei Jahren dergestalt bezahlen, daß in jedem Jahre die Zinsen zu 5 pC. mit berichtigt, und auch jährlich eine gleiche Summe abgetragen werde. Wie viel muß er am Ende jedes Jahrs bezahlen? Antw.: 2315 Rthlr. 9 Gr.

393. a.

Man hat drei Compagnien Soldaten, von denen die erste und zweite zusammen in dreißig Tagen 150000 Stück

Flintenpatronen verfertigen können; die erste und dritte zusammen aber müssen zu eben dieser Arbeit 36, und die zweite mit der dritten gar 60 Tage haben. Wenn nun alle drei Compagnien zugleich arbeiten, in wie viel Tagen werden sie die gegebene Anzahl Patronen verfertigen können. und wie viel Tage muß jede einzelne Compagnie haben, wenn sie dies Geschäft für sich übernehmen würde? Antw.: Alle drei zusammen gebrauchen dazu 25 5/7 Tage. Die erste allein würde dazu 45, die zweite 90 und die dritte 180 Tage haben müssen.

393. b.

Man hat drei Zahlen, welche eine stetige geometrische Proportion bilden. Die Summe dieser Zahlen ist 78; die Summe ihrer Quadrate aber 3276. Was sind dies für Zahlen? Antw.: 6, 18, 54.

393. c.

Man hat vier Zahlen, die eine geometrische Progression bilden, deren Summe 425, und die Summe ihrer Quadrate 109225 ist. Wie heißen die Zahlen? Antwort: 5, 20, 80, 320.

393. d.

Es sollen vier Zahlen in arithmetrischer Progression gefunden werden, deren gemeinschaftliche Differenz 4, und deren Product 176985 ist? Antwort: 15, 19, 23, 27.

393. e.

Man soll drei Zahlen von folgender Beschaffenheit finden: Wird das Quadrat der ersten zu dem Product aus der ersten und zweiten addirt, so erhält man 396. Wird das Quadrat der zweiten zu dem Producte aus der zweiten und dritten addirt, so entsteht 1375. Wird aber das Quadrat der dritten zu dem Product aus der ersten und dritten addirt, so erhält man 1230. Welches sind die Zahlen? Antwort: 11, 25, 30.

393. f.

Drei meiner ehemaligen Schulfreunde, Karl, Ferdinand und Theodor, besuchten mich mit ihren Frauen, Katharine, Sophie und Elisabeth; ich vergaß aber, welche die Frau eines jeden Mannes war. Sie erzählten mir, daß sie Schafe eingekauft hätten. Jede Person bezahlte für das Stück so viele englische Schillinge (deren 21 eine Guinee ausmachen) als sie Schafe gekauft hat. Karl kaufte 23 Schafe mehr, als Sophie, Ferdinand 11 mehr, als Katharine, und jeder Mann gab 3 Guineen mehr aus, als seine Frau. Wie hieß nun die Frau eines jeden Mannes? Antwort: Karls Frau hieß Elisabeth, Ferdinands hieß Sophie, und Katharine war Theodors Frau.

393. g.

Ein Vater bestimmt das Alter eines jeden seiner 5 Söhne durch folgende Angaben: Die Summe der Quadrate der Jahre des zweiten und dritten Sohnes ist 89, und die Summe ihrer Jahre zum Producte derselben addirt, giebt 53. Wird die Summe der Quadrate der Jahre des ältesten und jüngsten durch die Summe ihrer Jahre dividirt, so erhält man $18\,{}^{1}/_{10}$ zum Quotienten. Wird aber die Summe ihrer Würfel durch die Summe ihrer Quadrate dividirt, so ist der Quotient $18\,{}^{172}/_{181}$. Wird die Summe der fünften Potenz der vierten und fünften Jahre durch das Product des Würfels der Summe ihrer Jahre in dem Product ihrer Jahre dividiret, so erhält man $2\frac{1}{20}$. Der Vater selbst ist jetzt 54 Jahr alt und der jüngste Sohn war ¾ Jahr alt, als die Mutter starb. Wie alt ist jeder Sohn? Antwort: Der älteste 19, der zweite 8, der dritte 5, der vierte 4, und der jüngste 1 Jahr.

393. h.

Ich habe zwei Schwestern. Wird das Product ihrer Jahre zur Summe der Quadrate derselben addirt, so kommt 1087. Wird aber das Product ihrer Würfel zur Summe der Biquadrate derselben addirt, so erhält man 45777295. Wie alt war jede? Antwort: Die ältere war 21 und die jüngere 17 Jahr alt.

393. i.

Es giebt ein Metall, dessen deutsche Benennung mit vier Buchstaben geschrieben wird. Wenn nun für jeden derselben diejenige Zahl gesetzt wird, welche seine Stelle im Alphabete anzeigt, und man multiplicirt die Summe aller dieser Zahlen mit der ersten, so erhält man 252, wird aber dieselbe Summe mit der zweiten multiplicirt, so ist das Product 504. Dieselbe Summe mit der dritten multiplicirt, giebt 396, mit der vierten hingegen erhält man 144. Wie heißt nun dieses Metall? Antw.: Gold.

393. k.

Das Alter zweier Eheleute soll durch folgende Angaben bestimmt werden: Wird der Würfel der Jahre des Mannes mit der Zahl der Jahre der Frau multiplicirt, und von dem Producte das Product des Würfels der Jahre der Frau in die Zahl der Jahre des Mannes abgezogen, so erhält man 983040. Wird aber zu dem Biquadrate der Jahre des Mannes das Product der Quadrate beider Jahre addirt, so kommt 3481600. Wie alt ist jeder? Antwort: der Mann 40 und die Frau 24 Jahre.

393. l.

Ein Kaufmann legt eine gewisse Summe Geldes in ein Geschäft an, damit verdient er so viel, daß er am Ende des dritten Jahrs doppelt so viel hat, als er anfangs angelegt. Mit diesem so verdoppelten Capital gewann er im folgenden Jahre so viel, als die Quadratwurzel der im Anfange dieses Jahrs angelegten Zahl Rthlr. beträgt und noch 10 Rthlr. mehr. Er setzte nun das Geschäft noch drei Jahre fort, und fand am Ende des dritten, daß er nun gerade das Quadrat der im Anfange dieser drei Jahre angelegten Zahl Rthlr. hat, nämlich 62500 Rthlr. Wie groß war die ursprünglich angelegte Summe? Antw.: 112 ½ Rthlr.

393. m.

Man hat einen marmornen Würfel, dessen Seite, in Zahlen ausgedrückt, eine zweiziffrige Zahl bildet. Wird die Summe dieser beiden Ziffern, ohne Rücksicht auf ihre Stellen, mit 864 multiplicirt, so erhält man die ganze Oberfläche des Würfels. Wird aber das Quadrat eben dieser Summe mit 576 multiplicirt, so erhält man seinen körperlichen Inhalt. Wie groß ist des Würfels Seite? Antw.: 36 Zoll.

393. n.

Ein Sohn wollte das Alter seines Vaters und auch dessen Geburtstag wissen, und erhielt vom Vater folgende Antw.: Wenn du drei Zahlen in stetiger geometrischer Proportion finden kannst, deren Product 4096, und von denen die Summe der äußern 68 beträgt, so darfst du nur die mittlere Zahl verdoppeln, um mein Alter zu finden. Die Hälfte der kleinsten der beiden äußern ist die Ordnungszahl des Monats, und der vierte Theil der größten der Tag des Monats, in dem ich geboren bin. Wie alt war der Vater, und wann war er geboren? Antw.: Er war 32 Jahr alt, und den 16ten Februar geboren.

394.

Ein Fleischer hat für 100 Rthlr. Schafe von dreierlei Sorten gekauft. Ein Stück von der mittlern Sorte kostet 24 Gr. 7 Pf. mehr, als eins der kleinern, und die größern kosten alle 21 Rthlr. 2 Gr. weniger, als die mittlern. Wie viel Stück hat er von jeder Sorte und wie theuer jedes Stück gekauft? Antwort: Er kann unter andern gekauft haben

| | | | |
|---|---|---|---|
| 33 große | zu 1 Rthlr. 12 Gr., | thun | 44 Rthlr. |
| 43 mittlere | zu 1 Rthlr. 3 Gr., | thun | 46 Rthlr. 21 Gr. |
| 24 kleinere | zu 14 Gr. u. 1 Pf., | thun | 9 Rthlr. 15 Gr. |
| 100 Schafe | . . . . . . . . . . | | 100 Rthlr. |

395.

Die Summe einer geometrischen Progression ist 39364, das erste Glied 4, die Anzahl der Glieder 9. Wie groß ist das letzte Glied? Antw.: 26244.

396.

Die Summe einer geometrischen Progression ist 7161, die Anzahl der Glieder 10, das letzte Glied 3584. Wie groß ist das erste Glied? Antw.: 7.

397.

Die Summe einer geometrischen Progression ist 49205, die Anzahl der Glieder 9, das erste Glied 5. Wie groß ist der Exponent? Antw.: 3.

398.

Die Summe einer geometrischen Progression ist 117186, das letzte Glied 93750, die Anzahl der Glieder 7. Wie groß ist der Exponent? Antw.: 5.

# XVII.

# Aufgaben
zur
# einfachen Zinsrechnung.

Von Nr. 398. a. bis Nr. 425.

398. a.

Wenn ein Capital C, ein anderes C′
steht n, das andere n′ Jahre
p, = = p′ Procent
und bringt in n Jahren J, = = J′ Zins. i. n′ Jahren;

so ist: 1. $J = n\ p\ C : 100$; und
2. $J' = n'\ p'\ C' : 100.$

Ist ferner 3. $C + J = K$; so ist
4. $K = C + (n\,p\,C : 100)$ aus 1 u. 3
5. $p = 100\ (K - C) : n\ C$
6. $n = 100\ (K - C) : p\ C$
7. $C = 100\ K : (100 + n\ p)$

I. Ist $J = J'$, also $n\ p\ C = n'\ p'\ C'$ aus 1 und 2;
so ist 8. $C' = n\ p\ C : n'\ p'$
9. $n' = n\ p\ C : C'\ p'$
10. $p' = n\ p\ C : C'\ n'$

II. Ist $n = n'$; so ist $J\ p'\ C' = J'\ p\ C$ aus 1 u. 2,
also 11. $C' = J'\ p\ C : J\ p'$
12. $J' = C'\ p'\ J : p\ C$
13. $p' = J'\ p\ C : C'\ J.$

III. Ist $p = p'$, also $C' J n' = J' n C$ aus 1 u. 2;

so ist 14. $C' = J' n C : J n'$

15. $J' = J n' C' : n C$

16. $n' = J' n C : J C'$

IV. Ist $C = C'$, also $J' n p = J n' p'$ aus 1 u. 2;

so ist 17. $J' = J n' p' : n p$

18. $n' = J' n p : J p'$

19. $p' = J' n p : J n'$.

V. Ist $J = J'$ und $n = n'$, also $p' C' = p C$ aus 1 u. 2;

so ist 20. $C' = p C : p'$

21. $p' = p C : C'$.

VI. Ist $J = J'$ und $p = p'$, also $n' C' = n C$ aus 1 u. 2;

so ist 22. $C' = n C : n'$

23. $n' = n C : C'$.

VII. Ist $J = J'$ und $C = C'$, also $n' p' = n p$ aus 1 u. 2;

so ist 24. $n' = n p : p'$

25. $p' = n p : n'$

VIII. Ist $n = n'$ und $p = p'$, also $J C' = J' C$ aus 1 u. 2;

so ist 26. $J' = J C' : C$

27. $C' = J' C : J$.

IX. Ist $n = n'$ und $C = C'$, also $J' p = J p'$ aus 1 und 2;

so ist 28. $J' = J p' : p$

29. $p' = J' p : J$.

X. Ist $p = p'$ und $C = C'$, also $J n' = J' n$;

so ist 30. $J' = J n' : n$

31. $n' = J' n : J$.

399.

Wie groß wird ein Capital von 600 Rthlrn. zu $3\frac{1}{2}$ pC. Zinsen in 2 Jahren 8 Monaten? Antw.: 656 Rthlr. (Nr. 398. a., Form. 4.)

400.

Es ist mir Jemand nach 9 Jahren 1052 Rthlr. zu zahlen schuldig, er will aber diese Schuld jetzt sogleich mit 800 Rthlrn. tilgen. Wie hoch hat er den Zinsfuß gerechnet? Antw.: $3\frac{1}{2}$ pC. (Nr. 398. a., Form. 5.)

401.

Es ist mir Jemand jetzt 700 Rthlr. zu zahlen schuldig, ich will aber dies Capital bei ihm so lange stehen lassen, bis es durch die einfachen Zinsen zu $5\frac{1}{2}$ pC. zu 1000 Rthlr. wird. Wie lange müssen die 700 Rthlr. stehen? Antw.: 7 Jahr $9\frac{1}{2}$ Monat. (Nr. 398. a., Form. 6.)

401. a.

Ich will meiner 7jährigen Tochter, wenn sie 15 Jahr alt ist, ein Capital von 1000 Rthlrn. schenken, wozu ich jetzt ein Capital C zu $4\frac{3}{4}$ pC. belegen will. Wie groß muß dies Capital seyn, wenn es dann durch die einfachen Zinsen zu 1000 Rthlrn. angewachsen ist? Antw.: 724 Rthlr. 15 Sgr. 4 Pf. (Nr. 398 a., Form. 7.)

402.

A schenkt von einem Capital von 800 Rthlrn. (C), die 5jährigen Interessen zu $3\frac{1}{2}$ pC. den Armenanstalten, B will denselben eben so viel durch Interessen von einem Capital (C′) schenken, das zu 4 pC. $5\frac{1}{4}$ Jahr steht, wie groß ist dies Capital? Antw.: $666\frac{2}{3}$ Rthlr. (Nr. 398. a., Form. 8.)

403.

A schenkt von einem Capital von 800 Rthlrn. die 5jährigen Interessen zu $3\frac{1}{2}$ pC. seinem Sohne zur Messe, die Tochter bittet den Vater um die angewachsenen Interessen von dem Capital von 666 Rthlrn. 16 Sgr., das beim

Onkel zu 4 pC. stehe, sie würde alsdann eben so viel, als ihr Bruder erhalten. Wie lange hat dies Capital beim Onkel gestanden? Antwort: 5 1/4 Jahr. (Nr. 398. a., Form. 9.)

404.

Ich habe bei Jemandem ein Capital von 800 Rthlrn., zu 4 1/2 pC., 3 1/4 Jahr stehen. Ich gebe ihm ein Capital von 600 Rthlrn., von dem die 5jährigen Interessen eben so viel betragen sollen, als die vom erstern, wie hoch wird er dies verzinsen müssen? Antw.: 3 9/10 pC. (Nr. 398. a., Form. 10.)

405.

Von einem Capital von 800 Rthlrn., das zu 4 pC. stand, nahm Jemand in etlichen Jahren 192 Rthlr. Interessen ein. Ein anderes Capital brachte zu 4 pC. in der nämlichen Zeit 120 Rthlr. Interessen. Wie groß war das Capital? Antw.: 375 Rthlr. (Nr. 398. a., Form. 11.)

406.

Von einem Capital von 900 Rthlrn. nahm Jemand in etlichen Jahren zu 4 pC. 216 Rthlr. Interessen ein. Wie viel Interessen nahm er in der nämlichen Zeit von einem Capital von 700 Rthlrn. zu 5 pC. ein? Antw.: 210 Rthlr. (Nr. 398. a., Form. 12.)

407.

Von einem Capital zu 700 Rthlrn., das zu 4 pC. stand, nahm Jemand in etlichen Jahren 140 Rthlr. Interessen ein, in der nämlichen Zeit aber von einem Capital von 400 Rthlrn. 60 Rthlr. Wie hoch war dies Capital verzinset? Antw.: zu 3 pC. (Nr. 398. a., Form. 13.)

408.

Von einem Capital von 800 Rthlrn. hat man von 8 Jahren 256 Rthlr. Interessen empfangen. Wie groß ist ein anderes Capital, von dem man in 5 Jahren, nach dem nämlichen Zinsfuß, 75 Rthlr. erhielt? Antw.: 375 Rthlr. (Nr. 398. a., Form. 14.)

409.

Von einem Capital von 700 Rthlrn. hat man von 6 Jahren 256 Rthlr. Interessen empfangen; wie viel erhält man nach dem nämlichen Zinsfuß von einem Capital von 400 Rthlrn. in 7 Jahren? Antw.: $170\frac{2}{3}$ Rthlr. (Nr. 398. a., Form. 15.)

410.

Von einem Capital von 700 Rthlrn. hat man von 6 Jahren 126 Rthlr. Interessen empfangen; wie lange stand ein Capital von 400 Rthlrn., das bei dem nämlichen Zinsfuß 48 Rthlr. Interessen trug? Antw.: 4 Jahre. (Nr. 398. a., Form. 16.)

411.

Man nahm von einem Capital, das zu 4 pC. stand, in 8 Jahren 256 Rthlr. Interessen ein; wie viel Interessen wird man von dem nämlichen Capital in 5 Jahren einnehmen, wenn es zu 3 pC. stünde? Antwort: 120 Rthlr. (Nr. 398. a., Form. 17.)

412.

Man nahm von einem Capital, das zu 3 pC. stand, n 6 Jahren 126 Rthlr. Interessen ein; wie lange hat ein eben so großes Capital gestanden, das zu 5 pC. 140 Rthlr. Interessen trug? Antw.: 4 Jahre. (Nr. 398. a., Form. 18.)

413.

Es stand ein Capital zu 3 pC. 7 Jahre, von dem man 126 Rthlr. an Interessen einnahm; wie hoch stand das nämliche Capital, von dem man in 6 Jahren 180 Rthlr. an Interessen empfing? Antw.: zu 5 pC. (Nr. 398. a., Form. 19.)

414.

Ein Capital von 600 Rthlrn. stand zu 3 pC. so lange als ein anderes zu 5 pC. Beide brachten in dieser Zeit gleich viel Interessen; wie groß war dies letztere Capital? Antw.: 360 Rthlr. (Nr. 398. a., Form. 20.)

415.

Ein Capital von 800 Rthlrn. stand so lange zu 3 pC., als ein Capital von 600 Rthlrn. Beide brachten in dieser Zeit gleich viel Interessen; wie hoch stand das Capital von 600 Rthlrn.? Antw.: zu 4 pC. (Nr. 398. a., Form. 21.)

416.

Ein Capital von 800 Rthlrn. stand 6 Jahre lang, ein anderes Capital 4 Jahre zu einerlei pC. Beide Capitalien brachten in dieser Zeit gleich viel Interessen. Wie groß war das andere Capital? Antwort: 1200 Rthlr. (Nr. 398. a., Form 22.)

417.

Ein Capital von 700 Rthlrn. stand 7 Jahre, ein anderes Capital von 600 Rthlrn. mit dem erstern zu einerlei Procenten. Beide Capitalien brachten gleich viel Interessen; wie lange stand das andere Capital? Antw.: 8 Jahre 2 Monate. (Nr. 398. a., Form. 23.)

418.

A und B haben gleiche Capitalien auf Zinsen ausgethan. Des A Capital stand 6 Jahre zu 3 pC. Des B Capital zu 2 pC. Wie lange stand das Capital von B, wenn beide gleich viel Interessen einnehmen sollen? Antw.: 9 Jahre. (Nr. 398 a., Form. 24.)

419.

A und B haben gleiche Capitalien zinsbar belegt. Des A Capital stand 3 Jahre zu 4 pC. Das Capital des B stand 6 Jahre. Wie viel pC. empfing B, wenn beide in diesen Jahren gleich viele Interessen einnahmen? Antw.: 2 pC. (Nr. 398. a., Form. 25.)

420.

A und B hatten ihre Capitalien auf einerlei Zinsfuß gleich lang stehen; A ein Capital von 500 Rthlrn., wovon er 60 Rthlr. Interessen empfing. Wie viel erhielt B von seinem Capital von 700 Rthlrn. Antw.: 84 Rthlr. (Nr. 398. a., Form. 26.)

421.

A und B hatten ihre Capitalien auf einerlei Zinsfuß gleich lange stehen. A ein Capital von 600 Rthlrn., wovon er 90 Rthlr. Interessen erhielt. B erhielt 105 Rthlr. von seinem Capitale, wie groß war dies? Antw.: 700 Rthlr. (Nr. 398. a., Form. 27.)

422.

A und B hatten gleiche Capitalien gleich lange ausstehen. A hatte von dem seinigen zu 4 pC. 72 Rthlr. Interessen eingenommen. Wie viel Interessen nahm B ein, der sein Capital zu 5 pC. stehen hatte? Antw.: 90 Rthlr. (Nr. 398. a., Form. 28.)

423.

A und B hatten gleiche Capitalien gleich lange zinsbar belegt. A hatte von dem seinigen zu 3 pC. 108 Rthlr. Interessen eingenommen; wie hoch stand des B Capital, der 144 Rthlr. Interessen einnahm? Antw.: zu 4 pC. (Nr. 398. a., Form. 29.)

424.

A und B hatten gleiche Capitalien auf einerlei Zinsfuß ausstehen. A nimmt in 5 Jahren 90 Rthlr. Interessen ein, wie viel nimmt B in 6 Jahren ein? Antw.: 108 Rthlr. (Nr. 398. a., Form 30.)

425.

A und B hatten gleiche Capitalien auf einerlei Zinsfuß ausstehen. A nimmt in 3 Jahren 54 Rthlr. Interessen ein, B aber 90 Rthlr. Wie lange hat des B Capital gestanden? Antw.: 5 Jahre. (Nr. 398. a., Form. 31.)

# XVIII.

# Aufgaben

zur

# Interusurienrechnung.

Von Nr. 425. a., bis Nr. 443.

### Anmerkung.

In diesen Aufgaben bedeutet

$L x$ den Logarithmus von x.

$Z L x$ die dem Logarithmus von x zugehörige Zahl. Daher $Z L x = x$.

p den jährigen Zins von 100.

$A = 100 + p : 100 = 1,0\,p$, (wenn p eine ganze Zahl ist.)

425. a.

Ein Capital C steht zu p pC. Zins auf Zins n Jahre. Das nach n Jahren daraus erwachsene Capital ist K. Wie findet man aus dreien dieser als bekannt angenommenen Größen die vierte? Es ist

1. $K = A^n\, C = Z\,(n\, L\, A + L\, C)$.
2. $C = K : A^n = Z\,(L\, K - n\, L\, A)$.
3. $n = (L\, K - L\, C) : L\, A$.
4. $p = \left(\sqrt[n]{\frac{K}{C}} - 1\right)100 = 100\left[Z\left(\frac{L K - L C}{n}\right) - 1.\right]$

426.

Ein Capital von 315 Rthlrn. soll 18 Jahre stehen: die Interessen zu 4 pC. sollen jährlich zum Capital geschlagen werden. Wie hoch wird dadurch das Capital K am Ende des 18ten Jahrs durch Zinseszinsen angewachsen seyn?

Antw.: Es ist K = 638 Rthlr. 3 Sgr. (Nr. 425. a., Form. 1.)

427.

Ein Capital C wurde in 28 Jahren durch Zinseszinsen zu 5 pC. zu einem Capital K von 392 Rthlrn. Wie groß war das angelegte Capital C? Antw.: Es ist C = 99 Rthlr. 23 Sgr. 11 Pf. (Nr. 425. a., Form. 2.)

428.

Ein Capital C von 17 Rthlrn. wurde zu 3 pC. durch Zinseszinsen zu einem Capital K von 25 Rthlrn. Wie viel Jahre stand es? Antw.: Es stand 13 Jahr 17 Tage. (Nr. 425. a., Form. 3.)

429.

Ein Capital C von 148 Rthlrn. wird in 5 Jahren zu einem Capital K von 180 Rthlrn. durch Zinseszinsen. Wie hoch ist der Zinsfuß p? Antw.: Es ist p = 4 pC. (Nr. 425. a., Form. 4.)

429. a.

Ein Capital 1 ist durch Zinseszinsen nach dem Zinsfuß p in n Jahren mmal größer geworden. Wie findet man aus zweien dieser drei Größen, p, n und m, die dritte? Antw.: Es ist

5. $m = A^n = \mathfrak{Z}\,(n\,L\,A)$.

6. $n = L\,m : L\,A$.

7. $p = 100\,(\sqrt[n]{m} - 1) = 100\,[\mathfrak{Z}\,(L\,m : n) - 1.]$

430.

Das wie Vielfache wird aus einem Capital durch Zins auf Zins, wenn es zu 5 pC. 33 Jahr steht? Antw.: Das 5fache. (Nr. 429. a., Form. 5.)

431.

Wie lange steht ein Capital, aus dem durch Zinseszinsen zu 3 pC. das 4fache wird? Antw.: 46 Jahr, 10 Monat und 24 Tage. (Nr. 429. a., Form. 6.)

432.

Wie hoch ist der Zinsfuß p, wenn ein Capital durch Zinseszinsen in 18 Jahren verdoppelt wird? Antw.: Es ist p = 3 Rthlr. 22 Ggr. 3 Pf. = beinahe 4 pC. (Nr. 429. a., Form. 7.)

432. a.

Es steht ein Capital C zu p pC. Zins auf Zins n Jahre. Am Ende eines jeden Jahrs wird dem Capital noch b hinzugelegt und eben so verzinset. Dadurch entsteht nach n Jahren das Capital K. Wie findet man jede der Größen C, K, n und b aus den drei übrigen? Antw.: Es ist

$$8.\ K = \left[(3\,n\,L\,A) \times \left(\frac{C\,p + 100\,b}{p}\right)\right] - \frac{100\,b}{p}$$

$$9.\ n = \frac{L\,(p\,K + 100\,b) - L\,(p\,C + 100\,b)}{L\,A}$$

$$10.\ b = \frac{p\,[K - C\,3\,(n\,L\,A)]}{100\,[3\,(n\,L\,A) - 1]}$$

$$11.\ C = \frac{p\,K - [(3\,(n\,L\,A) - 1)\,100\,b]}{p\,3\,(n\,L\,A)}$$

433.

Wie hoch ist ein Capital C von 375 Rthlrn. zu 5 pC. Zins auf Zins angewachsen, wenn es 6 Jahre gestanden und noch überdem jährlich 30 Rthlr. zugelegt worden? Antw.: Es ist das Capital auf 706 Rthlr. 14 Ggr. angewachsen. (Nr. 432 a., Form. 8.)

434.

Ein Capital C = 1000 Rthlrn. ist durch Zins auf Zins zu 4 pC. und durch einen jährlichen Zuschuß von 300 Rthlrn. am Ende eines jeden Jahres, endlich auf 5000 Rthlr. angewachsen. Wie viel Jahre waren erforderlich, bis es dahin anwuchs? Antw.: Es ist dieser Anwachs in 9 Jahren 10 Monaten geschehen. (Nr. 432. a., Form. 9.)

435.

Ein Capital C von 300 Rthlrn. ist durch Zinseszinsen zu 3 pC. in 6 Jahren und durch einen jährlichen Zuschuß, am Ende eines jeden Jahres, auf 800 Rthlr. angewachsen. Wie groß war der jährliche Zuschuß b? Antw.: Er war 68 Rthlr. 7 Sgr. 2 Pf. (Nr. 432. a., Form. 10.)

436.

Ein Capital C wuchs in 7 Jahren durch Zins auf Zins zu 6 pC., und durch einen jährlichen Zuschuß von 50 Rthlrn., am Ende eines jeden Jahres, auf 1000 Rthlr. an. Wie groß war das Capital C? Antw.: C war = 385 Rthlrn. 22 Sgr. 6 Pf. (Nr. 432. a., Form. 11.)

436. a.

Ein Capital C steht auf Zinseszinsen zu p pC. n Jahre. Man trägt jährlich von demselben b ab, um dies schuldige Capital nach und nach zu vermindern. Nach n Jahren wird dadurch das Capital = K. Wie findet man jede der Größen C, K, n und b aus den drei übrigen? Antw.: Es ist

$$12.\quad K = \left[ \mathfrak{Z}(n\,L\,A) \times \left( \frac{C\,p - 100\,b}{p} \right) \right] + \frac{100\,b}{p}$$

$$13.\quad n = \frac{L\,(p\,K - 100\,b) - L\,(C\,p - 100\,b)}{L\,A}$$

14. $b = \frac{p\,[C\,Z\,(n\,L\,A) - K]}{100\,[Z\,(n\,L\,A) - 1.]}$

15. $C = \frac{100\,b\,[Z\,(n\,L\,A) - 1] + p\,K}{p\,Z\,(n\,L\,A)}$

437.

Ein Capital C von 700 Rthlrn. steht auf Zinseszinsen zu 4 pC.; wie groß ist das Capital K noch am Ende des 5ten Jahres, wenn man jährlich 50 Rthlr. zurückzahlt? Antw.: Es ist K = 580 Rthlr. 20 Sgr. 3 Pf. (Nr. 436. a., Form. 12.)

438.

Wenn man von einem schuldigen Capital C = 800 Rthlr., das auf Zinseszinsen zu 5 pC. steht, nach Ablauf eines jeden Jahrs, 60 Rthlr. zurückzahlt, wie viele Jahre hat man diesen Abtrag gemacht, wenn die Schuld noch 300 Rthlr. ist? Antw.: 16 Jahr, 7 1/2 Monat. (Nr. 436. a., Form. 13.)

439.

Wenn ein schuldiges Capital C = 900 Rthlrn., das auf Zinseszinsen zu 3 pC. steht, durch einen jährlichen Abtrag in 8 Jahren auf ein Capital von 400 Rthlrn. herabsinkt; wie groß war der jährliche Abtrag? Antw.: Er war 83 Rthlr. 5 Sgr. 5 Pf. (Nr. 436. a., Form. 14.)

440.

Von einem schuldigen Capital C, das auf Zinseszinsen zu 4 pC. 9 Jahre gestanden, ist, durch einen Abtrag von 40 Rthlrn. am Ende eines jeden Jahrs, das Capital K in 9 Jahren bis zu 600 gesunken. Wie groß war das Capital C? Antw.: C war 718 Rthlr. 23 Sgr. 2 Pf. (Nr. 436. a., Form. 15.)

440. a.

Ein Capital C steht Zins auf Zins zu p pC. und ist nach n Jahren durch einen jährlichen Abtrag b gänzlich getilgt. Wie findet man jede der Größen n, C und b aus den beiden andern? Antw.: Es ist

$$16.\quad n = \frac{L\,100\,b - L\,(100\,b - C\,p)}{L\,A}$$

$$17.\quad C = \frac{100\,b\,[Z\,(n\,L\,A) - 1]}{p\,Z\,(n\,L\,A)}$$

$$18.\quad b = \frac{p\,C\,Z\,(n\,L\,A)}{100\,[Z\,(n\,L\,A) - 1]}$$

441.

Von einem Capital C = 800 Rthlrn., das auf Zinseszinsen zu 5 pC. steht, werden am Ende eines jeden Jahrs 70 Rthlr. abgetragen. Nach wie vielen Jahren ist die Schuld getilgt? Antw.: Nach 17 Jahren 4 Monaten 12 Tagen. (Nr. 440. a., Form. 16.)

442.

Es steht ein Capital C auf Zinseszinsen zu 4 pC. Man trägt darauf am Ende eines jeden Jahres 50 Rthlr. ab, wodurch es in 21 Jahren ganz getilgt ist. Wie groß war das Capital C? Antw.: C war 701 Rthlr. 11 Ggr. (Nr. 440. a., Form. 17.)

443.

Es steht ein Capital C von 1000 Rthlrn. auf Zinseszinsen zu 6 pC. Es soll in 20 Jahren völlig durch eine gleiche jährliche allmählige Zurückzahlung getilgt werden. Wie groß muß der jährliche Abtrag seyn? Antwort: 87 Rthlr. 4 Ggr. 3 Pf. (Nr. 440. a., Form. 18.)

# XIX.

# Aufgaben
## mit
# allgemeinen Größen.

Von Nr. 1 bis Nr. 83.

| | | | |
|---|---|---|---|
| 1. | Wenn | $x + a = b$; | so ist $x = b - a$ |
| 2. | „ | $x - c = d$ | „ „ $x = d + c$ |
| 3. | „ | $a - x = e$ | „ „ $x = a - e$ |
| 4. | „ | $fx = h$ | „ „ $x = h : f$ |
| 5. | „ | $x : m = n$ | „ „ $x = n\,m$ |
| 6. | „ | $p : x = p$ | „ „ $x = p : q$ |
| 7. | „ | $y + a - b = c$ | „ „ $y = c - a + b$ |
| 8. | „ | $(y + r)\,t = a$ | „ „ $y = \frac{a}{t} - r$ |
| 9. | „ | $t\,y + r = a$ | „ „ $y = \frac{a - r}{t}$ |
| 10. | „ | $(y - b) : c = d$ | „ $y = c\,d + b$ |
| 11. | „ | $(y : c) - b = d$ | „ $y = (b + d)\,c$ |
| 12. | „ | $(b - y) : c = d$ | „ $y = b - c\,d$ |
| 13. | „ | $a\,x : b = c$ | „ „ $x = b\,c : a$ |
| 14. | „ | $b : a\,x = c$ | „ „ $x = b : a\,c$ |
| 15. | „ | $c\,(x + a) : b = d$ | „ „ $x = (b\,d : c) - a$ |
| 16. | „ | $(c\,x + a) : b = d$ | „ „ $x = (b\,d - a) : c$ |
| 17. | „ | $((x : b) + a)\,c = d$ | „ $x = ((d : c) - a)\,b$ |
| 18. | „ | $((b : x) + a)\,c = d$ | „ $x = b\,c : (d - a\,c)$ |
| 19. | „ | $((b + a) : x)\,c = d$ | „ $x = ((a + b)\,c) : d$ |

20. Wenn $((x - e)g) : f = h$; so ist $x = (hf : g) + e$

21. 〃 $((e - x)g) : f = h$ 〃 〃 $x = e - (fh : g)$

22. 〃 $((e : f) - x)g = h$;

so ist $x = (eg - hf) : fg$

23. 〃 $((ax - b) : c) + d = m$;

so ist $x = (((m - d)c) + b) : a$

24. 〃 $(ax - f) = gx$; so ist $x = f : (a - g)$

25. 〃 $(ax : b) + (dx : h = P + x$;

so ist $x = Pbh : (ah + bd - bh)$

26. 〃 $(e : x) - (f : x) = m - n + (1 : x)$; so ist

$x = (e - f - 1) : (m - n)$

27. 〃 $x - a : x - b = p : q$;

so ist $x = (bp - aq) : (p - q$

28. 〃 $x + a : x + b = m : n$;

so ist $x = (an - bm) : (m - n)$

29. 〃 $x + a : x - b = p : q$;

so ist $x = (aq + bp) : (p - q$

30. 〃 $\sqrt{x} : \sqrt[3]{x} = p$; so ist $x = p^6$

30. a. 〃 $\sqrt[n]{x} : \sqrt[m]{x} = p$ 〃 〃 $x = \sqrt[m-n]{p^{nm}}$

31. 〃 $y^2 = q$ 〃 〃 $y = \pm \sqrt{q}$

32. 〃 $y^2 + m = o$ 〃 〃 $y = \mp \sqrt{-m}$

33. 〃 $my^2 - r = q$ 〃 〃 $y = \mp \sqrt{\frac{q + r}{m}}$

34. 〃 $(y^2 : c) = q$ 〃 〃 $y = \mp \sqrt{cq}$

35. 〃 $(ay^2 : b) - n = q$ 〃 〃 $y = \mp \sqrt{\frac{(q + n)b}{a}}$

36. 〃 $y = (p + c) : y$ 〃 〃 $y = \mp \sqrt{(p + c)}$

37. 〃 $(ay^2 : b) + y^2 = r$ 〃 〃 $y = \mp \sqrt{\frac{br}{a + b}}$

38. Wenn $z^2 + cz = P$;

so ist $z = \frac{-c \mp \sqrt{(4P + c^2)}}{2}$

39. $az^2 + bz = P$

so ist $z = \frac{-b \mp \sqrt{(4aP + b^2)}}{2a}$

40. „ $\frac{z^2}{a} + bz = P$;

so ist $z = \frac{-ab \mp \sqrt{(4aP + b^2a^2)}}{2}$

41. „ $z^2 - \frac{bz}{a} - \frac{P}{d} = o$;

so ist $z = \frac{bd \mp \sqrt{(4a^2dP + b^2d^2)}}{2ad}$

42. „ $\frac{z^2}{a} - \frac{bz}{e} - \frac{P}{d} = o$;

so ist $z = \frac{abe \mp \sqrt{(4aed^2 + a^2b^2e^2)}}{2de}$

43. „ $z^2 - az + P = o$;

so ist $z = \frac{a-b \mp \sqrt{(-4P + (a-b)^2)}}{2}$

44. „ $az^2 + bz^2 + dz - ez - P = o$;

so ist $z = \frac{e-d \mp \sqrt{(4P(a+b) + (e-d)^2)}}{2(a+b)}$

45. Wenn $z + \frac{a}{bz} = c$;

so ist $z = \frac{bc \mp \sqrt{((bc^2 - 4a)b)}}{2b}$

46. „ $z^4 + cz^2 = P$

$$\text{so ist } z = +\sqrt{\left(\frac{-c+\sqrt{(4P+c^2)}}{2}\right)}$$

$$z = -\sqrt{\left(\frac{-c+\sqrt{(4P+c^2)}}{2}\right)}$$

$$z = +\sqrt{\left(\frac{-c-\sqrt{(4P+c^2)}}{2}\right)}$$

$$z = -\sqrt{\left(\frac{-c-\sqrt{(4P-c^2)}}{2}\right)}$$

47. Wenn $x^3 = p$; so ist $x = \sqrt[3]{p}$

$$x = \left(\frac{-1+\sqrt{-3}}{2}\right) \times \sqrt[3]{p}$$

$$x = \left(\frac{-1-\sqrt{-3}}{2}\right) \times \sqrt[3]{p}$$

48. Wenn $x\sqrt{x} = N$ so ist $x = \sqrt[3]{N^2}$

48. a. Wenn $x^m \sqrt[n]{x^q} = P$; so ist $x = \sqrt[mn+q]{P^n}$

49. Wenn $x + y = N$

und $xy : x^2 = p : q$;

so ist $x = qN : (p + q)$

und $y = pN : (p + q)$

50. Wenn $x : y = p : q$

und $N - x = R - y$;

$$\text{so ist } x = \frac{(N-R)\,p}{p-q}$$

$$\text{und } y = \frac{(N-R)\,q}{p-q}$$

51. Wenn $xy = x + y$;

und $x : y = p : q$

so ist $x = (q + p) : q$

und $y = (q + p) : p$.

52. Wenn $x + b = y + a$

und $x : y = p : q$;

so ist $y = \frac{(a - b)\, q}{p - q}$

und $x = \frac{(a - b)\, p}{q - p}$

53. Wenn $x : y = p : q$

und $x^2 + y^2 : x + y = m : n$;

so ist $y = \frac{(p + q)\, m q}{(p^2 + q^2)\, n}$

und $x = \frac{(p + q)\, m p}{(p^2 + q^2)\, n}$

54. Wenn $x + y = S$

und $x - y = P$;

so ist $x = (S + D) : 2$

und $y = (S - D) : 2$

55. Wenn $x + y = S$

und $xy = P$;

so ist $x = \frac{S \mp \sqrt{(S^2 - 4\, P)}}{2}$

und $y = \frac{S \pm \sqrt{(S^2 - 4\, P)}}{2}$

56. Wenn $x + y = S$ und $x : y = Q$;

so ist $x = S\, Q : (Q + 1)$

und $y = S : (Q + 1)$

57. Wenn $x - y = D$

und $x\, y = P$;

so ist $x = \frac{D \pm \sqrt{(4\, P + D^2)}}{2}$

und $y = \frac{- D \pm \sqrt{(4\, P + D^2)}}{2}$

58. Wenn $x - y = D$
und $x : y = Q$;
so ist $x = DQ : (Q - 1)$
und $y = D : (Q - 1)$

59. Wenn $xy = P$
und $x : y = Q$;
so ist $x = \sqrt{PQ}$
und $y = \sqrt{(P : Q)}$

60. Wenn $x : y = p : q$
und $x\,y^2 = N$;
so ist $y = (\sqrt[3]{q\,p^2\,N}) : p$
und $x = (\sqrt[3]{N\,q\,p^2}) : q$

61. Wenn $x + y = S$
und $x^2 + y^2 = A$;
so ist $x = \dfrac{S \mp \sqrt{(2A - S^2)}}{2}$
und $y = \dfrac{S \pm \sqrt{(2A - S^2)}}{2}$

62. Wenn $x - y = D$
und $x^2 + y^2 = A$;
so ist $x = \dfrac{D \pm \sqrt{(2A - D^2)}}{2}$
und $y = \dfrac{-D \mp \sqrt{(2A - D^2)}}{2}$

62. a. Wenn $x\,y = P$
und $x^2 + y^2 = Q$;
so ist $x = \dfrac{\sqrt{(Q + 2P)} + \sqrt{(Q - 2P)}}{2}$
und $y = \dfrac{\sqrt{(Q + 2P)} - \sqrt{(Q - 2P)}}{2}$

62. b. Wenn $x : y = B$

und $x^2 + y^2 = S$;

so ist $x = B \sqrt{\frac{S}{B^2 + 1}}$

und $y = \sqrt{\frac{S}{B^2 + 1}}$

63. Wenn $x + y = S$

und $x^2 - y^2 = D$;

so ist $x = (S^2 + D) : 2 S$

und $y = (S^2 - D) : 2 S$

64. Wenn $x - y = D$

und $x^2 - y^2 = U$;

so ist $x = (U + D^2) : 2 D$

und $y = (U - D^2) : 2 D$

Anmerk. Nr. 63 und 64 können auf Nr. 54 zurückgeführt werden.

64. a. Wenn $xy = P$

und $x^2 - y^2 = D$;

so ist $x = \frac{\sqrt{2 (D + \sqrt{(4 P^2 + D^2)})}}{2}$

und $y = \frac{\sqrt{2 (- D + \sqrt{(4 P^2 + D^2)})}}{2}$

64. b. Wenn $x : y = Q$

und $x^2 - y^2 = D$;

so ist $x = Q \sqrt{\frac{D}{Q^2 - 1}}$

und $y = \sqrt{\frac{D}{Q^2 - 1}}$

65. Wenn $x + y = S$

und $x^2 y^2 = P$;

$$\text{so ist } x = \frac{S \mp \sqrt{}\,(S^2 - 4\sqrt{}\,P}{2}$$

$$\text{und } y = \frac{S \pm \sqrt{}\,(S^2 - 4\sqrt{}\,P}{2}$$

66. Wenn $x + y = S$

und $x^2 : y^2 = Q$;

$$\text{so ist } y = \frac{(-1 + \sqrt{}\,Q)\,S}{Q - 1}$$

$$\text{und } x = \frac{(Q - \sqrt{}\,Q)\,S}{Q - 1}$$

67. Wenn $x - y = D$

und $x^2\ y^2 = P$;

$$\text{so ist } y = \frac{-D \mp \sqrt{}\,(D^2 + 4\sqrt{}\,P)}{2}$$

$$\text{und } x = \frac{D \mp \sqrt{}\,(D^2 + 4\sqrt{}\,P)}{2}$$

Anmerk. Man kann Nr. 65 auf Nr. 55; Nr. 66 auf Nr. 55 und Nr. 67 auf Nr. 57 zurückführen.

67. a. Wenn $x - y = D$

und $x^2 : y^2 = Q$;

$$\text{so ist } x = \frac{D\,(Q \pm \sqrt{}\,Q)}{Q - 1}$$

$$\text{und } y = \frac{D\,(1 \pm \sqrt{}\,Q)}{Q - 1}$$

68. Wenn $x + y = S$

und $xy + x^2 + y^2 = A$;

$$\text{so ist } y = \frac{S \pm \sqrt{}\,(4\,A - 3\,S^2)}{2}$$

$$\text{und } x = \frac{S \mp \sqrt{}\,(4\,A - 3\,S^2)}{2}$$

69. Wenn . . . . . . $xy = P$

und $xy + x^2 + y^2 = A$;

so ist $x = \dfrac{\sqrt{(A + P)} + \sqrt{(A - 3\,P}}{2}$

und $y = \dfrac{\sqrt{(A + P)} - \sqrt{(A - 3\,P)}}{2}$

70. Wenn $x + y = S$

$x - z = D$

und $yz = P$;

so ist $x = \dfrac{S + D \pm \sqrt{((S - D)^2 - 4\,P)}}{2}$

$y = \dfrac{S - D \mp \sqrt{((S - D)^2 - 4\,P)}}{2}$

und $z = \dfrac{S - D \pm \sqrt{((S - D)^2 - 4\,P)}}{2}$

Anmerk. Ist $S = 10$; $D = 4$; $P = 8$; so ist, wenn von den beiden Zeichen + und — die obern Zeichen der Formeln angenommen werden . . . . $x = 8$; $y = 2$; $z = 4$
u. wenn die untern angenommen werden $x = 6$; $y = 4$; $z = 2$
welches man auch bei einigen der folgenden Aufgaben zu bemerken hat.

71. Wenn $x + y = S$

$x - z = D$

und $y : z = Q$;

so ist $x = (S + Q\,D) : (Q + 1)$

$y = \dfrac{(S - D)\,Q}{Q + 1}$

und $z = (S - D) : (Q + 1)$

72. Wenn $x + y = S$

$$x z = P$$

und $y : z = Q$;

so ist $x = \frac{S \mp \sqrt{(S^2 - 4 P Q)}}{2}$

$$y = \frac{S \pm \sqrt{(S^2 - 4 P Q)}}{2}$$

$$z = \frac{S \pm \sqrt{(S^2 - 4 P Q)}}{2 Q}$$

73. Wenn $x - y = D$

$$x z = P$$

und $y : z = Q$;

so ist $x = \frac{D \mp \sqrt{(4 P Q + D^2)}}{2}$

$$y = \frac{- D \mp \sqrt{(4 P Q + D^2)}}{2}$$

und $z = \frac{- D \mp \sqrt{(4 P Q + D^2)}}{2 Q}$

74. Wenn $x + y = A$

$$x + z = S$$

und $y z = P$;

so ist $x = \frac{(S + A) \mp \sqrt{(4 P + (S - A)^2)}}{2}$

$$y = \frac{A - S \pm \sqrt{(4 P + (S - A)^2)}}{2}$$

und $z = \frac{S - A \pm \sqrt{(4 P + (S - A)^2)}}{2}$

75. Wenn $x + y = A$

$$x + z = S$$

und $y : z = Q$;

so ist $x = \frac{Q S - A}{Q - 1}$

$y = \frac{(A - S) Q}{Q - 1}$

und $z = \frac{A - S}{Q - 1}$

76. Wenn $x^m + y^m = S$

und $x^m - y^m = D$;

so ist $x = \frac{\sqrt[m]{((S + D) 2^{m-1})}}{2}$

und $y = \frac{\sqrt[m]{((S - D) 2^{m-1})}}{2}$

77. Wenn $x^2 + y^2 = S$

und $x^2 - y^2 : 4 y^2 = b : c$;

so ist $x = \sqrt{\frac{(4 b + c) S}{2 c + 4 b}}$

und $y = \sqrt{\frac{c S}{2 c + 4 b}}$

78. Wenn $x + y = A$

und $x^3 + y^3 = S$;

so ist $x = \frac{A}{2} \pm \sqrt{\frac{4 S - A^3}{12 A}}$

und $y = \frac{A}{2} \mp \sqrt{\frac{4 S - A^3}{12 A}}$

79. Wenn $x - y = U$

und $x^3 - y^3 = D$;

so ist $x = \frac{U}{2} \mp \sqrt{\frac{4 D - U^3}{12 U}}$

und $y = - \frac{U}{2} \mp \sqrt{\frac{4 D - U^3}{12 U}}$

80. Wenn $xy = P$

und $x^3 + y^3 = S$;

so ist $x = \frac{\sqrt[3]{(4 (S + \sqrt{(S^2 - 4 P^3)})}}{2}$

und $y = \frac{\sqrt[3]{(4 (S - \sqrt{(S^2 - 4 P^3)})}}{2}$.

81. Wenn 1. $z + y + x = a$

2. $z + y = b$

3. $cz + dy + ex = f$;

so ist $x = a - b$

$y = \frac{ae + bc - f - be}{c - d}$

und $z = \frac{f + be - ae - bd}{c - d}$

82. Wenn $(ab + az) - (ab + bz)$

$= (ab + bz) - (az + bz)$;

so ist $z = \frac{ab}{2a - b}$

83. Wenn $x : b = b : y$

und $x + y = S$;

so ist $x = \frac{S \pm \sqrt{(S^2 - 4 b^2)}}{2}$

und $y = \frac{S \pm \sqrt{(S^2 - 4 b^2}}{2}$

Kann auf Nr. 55 zurückgeführt werden.

## Berichtigungen und Zusätze.

Im IVten Abschnitt, Nr. 216, giebt die Formel 12 allerdings die beiden positiven Werthe für n 16 und 25, die auch dort angegeben sind; allein nur der erste ist hier brauchbar, weil der zweite a nach Formel 14 negativ geben würde.

Im IXten Abschnitt, Nr. 286, muß statt 10 Mk. schwer 30 Mk. gelesen werden.

---

## Verbesserungen
### in Hofrath Hellwigs unbestimmter Analytik.

Seite IV der Vorrede Z. 4 y st. $y^2$.

— XIII des Inhalts müssen die zwei Zeilen von unten weggestrichen werden.

— 8, Z. 1, fehlt § 11.

— 12, Z. 4 v. u., muß es heißen $C = \frac{AD + r}{B}$

---